

# MỞ RỘNG CÁC KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU BỘ HẤP THỤ DAO ĐỘNG ĐỐI VỚI HỆ CON LẮC NGƯỢC CHO TRƯỜNG HỢP CON LẮC THUẬN

NGUYỄN ĐÔNG ANH -Viện Cơ học

KHỔNG DOANH ĐIỀN - Đại học Thuỷ Lợi

NGUYỄN DUY CHINH - Đại học Thuỷ Lợi

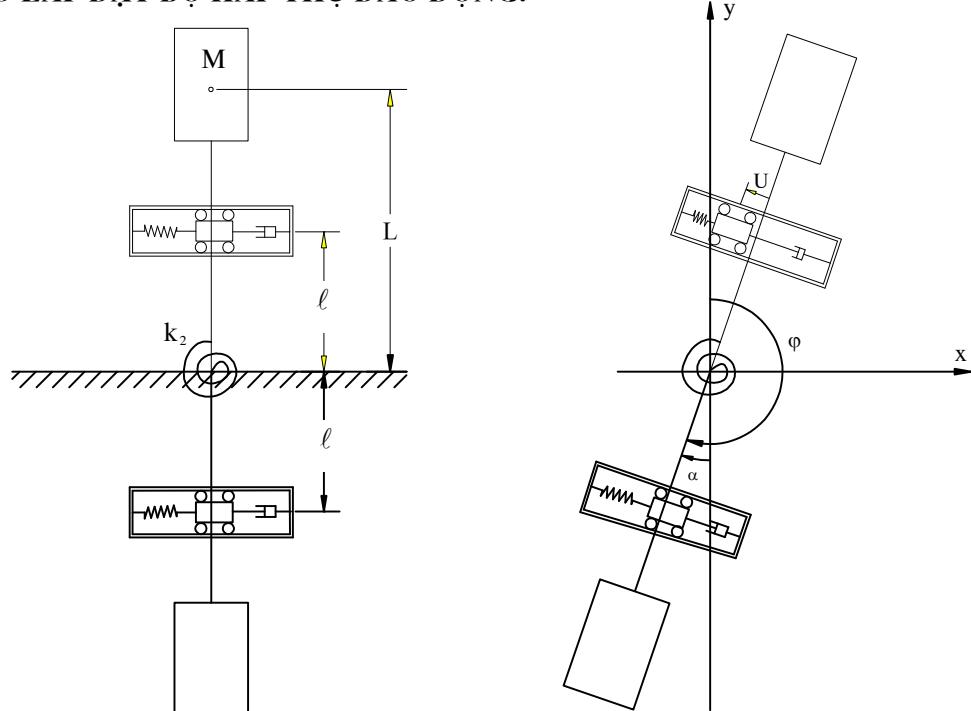
## TÓM TẮT

Các bộ hấp thụ dao động cho hệ con lắc ngược [7] đã được NGUYỄN ĐÔNG ANH, KHỔNG DOANH ĐIỀN, NGUYỄN DUY CHINH nghiên cứu. Trên cơ sở các kết quả nghiên cứu đó, trong bài báo này các tác giả phát triển, mở rộng để tìm các thông số tối ưu cho hệ con lắc thuận trên cơ sở lý luận khoa học.

## I ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong hoạt động thực tiễn hàng ngày, từ an ninh, quốc phòng, đến các công trình xây dựng, dân dụng, công nghiệp, thủy lợi, thủy điện, trong các máy móc thiết bị ta thấy tồn tại vô số loại cơ cấu chuyển động, mỗi loại cơ cấu chuyển động lại có những đặc thù riêng của nó và sẽ phát sinh những dao động có hại riêng. Để đảm bảo tính ứng dụng cao của các bộ hấp thụ dao động vào thực tế ta cần nghiên cứu các bộ hấp thụ dao động đặc thù để giảm dao động cho các cơ cấu. Trong bài báo này các tác giả nghiên cứu, phân tích xác định các thông số tối ưu cho con lắc thuận mở rộng để giảm thiểu những dao động không mong muốn của con lắc thuận mở rộng một cách tốt nhất, nhằm tăng độ an toàn hiệu quả cũng như sự bền vững cho các cơ cấu có dạng con lắc thuận mở rộng.

## II. SƠ ĐỒ CHUYỂN ĐỔI HỆ CON LẮC NGƯỢC SANG HỆ CON LẮC THUẬN CÓ LẮP ĐẶT BỘ HẤP THỤ DAO ĐỘNG.



Hình.1. Mô tả sơ đồ chuyển đổi hệ con lắc ngược sang hệ con lắc thuận

### III. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA HỆ CON LẮC THUẬN MỞ RỘNG

Từ sơ đồ hình 1 ta thấy rằng nếu con lắc ngược quay một góc  $\varphi = 180^\circ + \alpha$  thì con lắc ngược đã nghiên cứu trở thành con lắc thuận, ta có:

$$\varphi = 180^\circ + \alpha \Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi = -\sin \alpha \\ \cos \varphi = -\cos \alpha \end{cases} \quad (1)$$

Thay (1) vào phương trình vi phân chuyển động của con lắc ngược [7] ta có phương trình vi phân chuyển động của hệ con lắc thuận mở rộng như sau:

$$\begin{cases} J\ddot{\alpha} + m\ell(\ell\ddot{\alpha} + \ddot{u}) + 2mu\dot{u}\dot{\alpha} + mu^2\ddot{\alpha} = \\ = -MLgsin\alpha - mgl sin\alpha - umgcos\alpha - k_2\alpha + P_0e^{iot} \\ m(\ell\ddot{\alpha} + \ddot{u}) - mu^2\dot{\alpha}^2 = -mgsin\alpha - k_1u - cu \end{cases} \quad (2)$$

Ta khai triển các hàm:

$$\begin{cases} \sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \dots \\ \cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \dots \end{cases} \quad (3)$$

Thay (3) vào (2) và bỏ qua các đại lượng phi tuyến ta có:

$$\begin{cases} (J + m\ell^2)\ddot{\alpha} + m\ell\ddot{u} + (k_2 + MLg + mgl)\alpha + mg u = P_0e^{iot} \\ m\ell\ddot{\alpha} + m\ddot{u} + mg\alpha + k_1u + c\dot{u} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Sử dụng biến độ phức để tìm nghiệm của hệ (4):

$$\alpha = \bar{\alpha}e^{iot}, u = \bar{u}e^{iot} \quad (5)$$

Trong đó:  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{u}$  là các số phức cần tìm

Từ (5) ta suy ra:

$$\dot{\alpha} = \bar{\alpha}\omega e^{iot} \Rightarrow \ddot{\alpha} = -\bar{\alpha}\omega^2 e^{iot} \quad (6)$$

$$\dot{u} = \bar{u}\omega e^{iot} \Rightarrow \ddot{u} = -\bar{u}\omega^2 e^{iot} \quad (7)$$

Thay (5), (6), (7) vào (4) ta có:

$$\begin{cases} (J + m\ell^2)(-\bar{\alpha}\omega^2 e^{iot}) + m\ell(-\bar{u}\omega^2 e^{iot}) + (k_2 + MLg + mgl)\bar{\alpha}e^{iot} + mg\bar{u}e^{iot} = P_0e^{iot} \\ m\ell(-\bar{\alpha}\omega^2 e^{iot}) + m(-\bar{u}\omega^2 e^{iot}) + mg\bar{\alpha}e^{iot} + k_1\bar{u}e^{iot} + c\bar{u}\omega e^{iot} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [-J - m\ell^2]\bar{\alpha} + [-(k_2 + MLg + mgl)]\bar{u} = P_0 \\ (mg - m\ell\omega^2)\bar{\alpha} + [-m\omega^2 + k_1 + ci\omega]\bar{u} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Giải hệ phương trình (8) ta có kết quả sau:

$$\begin{cases} \bar{u} = \frac{(m\ell\omega^2 - mg)P_0L}{[-m\omega^2 + k_1 + ci\omega] \cdot [-(J + m\ell^2)\omega^2 + (k_2 + MLg + mgl)] - (mg - m\ell\omega^2)^2} \\ \bar{\alpha} = \frac{[-m\omega^2 + k_1 + ci\omega]P_0L}{[-m\omega^2 + k_1 + ci\omega] \cdot [-(J + m\ell^2)\omega^2 + (k_2 + MLg + mgl)] - (mg - m\ell\omega^2)^2} \end{cases} \quad (9)$$

Thay (5) vào (9) ta có phương trình dao động của hệ.

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \frac{(m\ell\omega^2 - mg)P_0 L e^{i\omega t}}{[-m\omega^2 + k_1 + ci\omega] [-(J + m\ell^2)\omega^2 + (k_2 + MLg + mgl)] - (mg - m\ell\omega^2)^2} \\ \alpha = \frac{[-m\omega^2 + k_1 + ci\omega] P_0 L e^{i\omega t}}{[-m\omega^2 + k_1 + ci\omega] [-(J + m\ell^2)\omega^2 + (k_2 + MLg + mgl)] - (mg - m\ell\omega^2)^2} \end{array} \right. \quad (10)$$

#### IV TÌM CÁC THÔNG SỐ TỐI ƯU CHO CON LẮC THUẬN MỞ RỘNG.

##### 1. Phân tích quy luật dao động của con lắc thuận

Biên độ dao động lớn nhất của con lắc thuận mở rộng:

$$\alpha_{\max} = \frac{[-m\omega^2 + k_1 + ci\omega] P_0 L}{[-m\omega^2 + k_1 + ci\omega] [-(J + m\ell^2)\omega^2 + (k_2 + MLg + mgl)] - (mg - m\ell\omega^2)^2} \quad (11)$$

Ta đưa vào các tham số:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = \frac{m}{M} : Tỉ số khối lượng của bộ hấp thụ dao động và con lắc thuận. \\ \gamma = \frac{\ell}{L} : Tỉ số giữa vị trí đặt bộ hấp thụ dao động và trọng tâm của con lắc thuận. \\ \omega_a^2 = \frac{k_1}{m} : Tần số riêng của bộ hấp thụ dao động. \\ \zeta = \frac{c}{2m\Omega} : Tỉ số cản nhót của bộ hấp thụ dao động. \\ \Omega^2 = \frac{g}{L}; \quad \psi^2 = \frac{k_2}{J} = \frac{k_2}{ML^2}; \quad f = \frac{\omega_a}{\Omega}; \quad h = \frac{\omega}{\Omega}; \quad \varphi_{st} = \frac{P_0}{Mg}; \\ \varepsilon = \frac{\psi^2}{\Omega^2} : Tỉ số đặc trưng cho sự phân bố về khối lượng theo độ cao của bản thân con lắc thuận. \end{array} \right. \quad (12)$$

Thay (12) vào (11) ta có:

$$\varphi_{\max} = \frac{[-h^2 + f^2 + 2i\zeta h]\varphi_{st}}{[-h^2 + f^2 + 2i\zeta h] \left\{ -(1 + \mu\gamma^2)h^2 + [(\varepsilon + 1) - \mu\gamma] \right\} - \mu[-1 + \gamma h^2]^2} \quad (13)$$

Biến đổi biểu thức (13) ta được

$$\varphi_{\max} = \frac{[(f^2 - h^2) + 2i\zeta h]\varphi_{st}}{[(\varepsilon + 1 - h^2)(f^2 - h^2) - \mu(1 - \gamma f^2)(1 - \gamma h^2)] + 2i\zeta h[\varepsilon + 1 + \mu\gamma - (1 + \mu\gamma^2)h^2]} \quad (14)$$

##### 2. Các thông số tối ưu của con lắc thuận mở rộng.

Các thông số tối ưu của con lắc thuận được xác định bởi lý thuyết hai điểm cố định [1] như sau:

$$E = \frac{\varphi_{\max}}{\varphi_{st}}; \quad E_A = E_B; \quad \left. \frac{\partial E}{\partial h} \right|_{h=h_A, h=h_B} = 0 \quad (15)$$

Từ (14), (15) ta xác định được các thông số tối ưu cho con lắc thuận mở rộng như sau.

$$\mu_e = \mu(\gamma f^2 - 1)(\gamma h^2 - 1) \quad (16)$$

$$f_{\text{opt}} = \frac{\sqrt{\varepsilon + 1 + 2\mu\gamma + \mu^2\gamma^3}}{1 + \mu\gamma^2} \quad (17)$$

$$h_A^2 = \frac{(\varepsilon + 1 + \mu\gamma)(2 + \mu\gamma^2) - [1 - (\varepsilon + 1)\gamma]\sqrt{\mu(2 + \mu\gamma^2)}}{(1 + \mu\gamma^2)(2 + \mu\gamma^2)} \quad (18)$$

$$h_B^2 = \frac{(\varepsilon + 1 + \mu\gamma)(2 + \mu\gamma^2) + [1 - (\varepsilon + 1)\gamma]\sqrt{\mu(2 + \mu\gamma^2)}}{(1 + \mu\gamma^2)(2 + \mu\gamma^2)} \quad (19)$$

$$\varphi_{\max} = \frac{\sqrt{2 + \mu\gamma^2}}{[1 - (\varepsilon + 1)\gamma]\sqrt{\mu}} \varphi_{\text{st}} \quad (20)$$

$$\xi_{\text{opt}} = \frac{1}{2}(\xi_{\text{optA}} + \xi_{\text{optB}}) \quad (21)$$

## V. HIỆU QUẢ GIẢM DAO ĐỘNG KHI LẮP ĐẶT BỘ HẤP DAO ĐỘNG.

Tiến hành khảo sát dao động của con lắc thuận trong điều khiển tối ưu

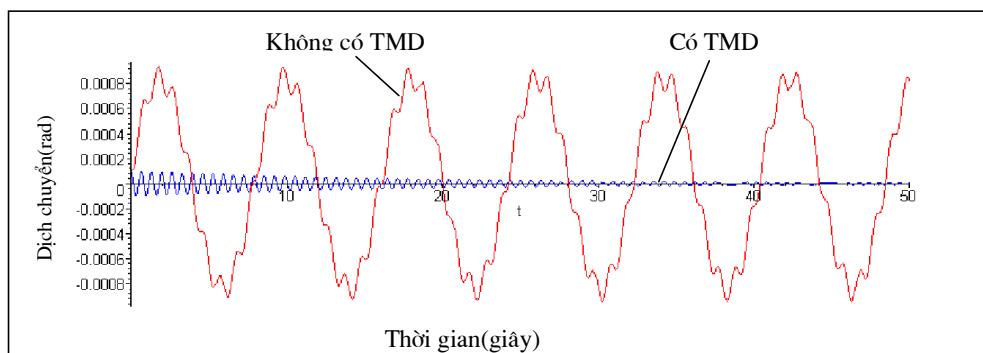
Con lắc thuận với các thông số sau.

- $J = 125 \cdot 10^4 \text{ (Kgm}^2\text{)}$ ;  $M = 5 \cdot 10^2 \text{ (kg)}$ ;
- $g = 9,81 \text{ (m/s}^2\text{)}$ ;  $k_2 = 10^6 \text{ (KNm)}$ ;
- $P_0 = 5 \cdot 10^3 \text{ (KN)}$ ;  $\omega = 2\pi = 6,28 \text{ (rad/s)}$ ;  $L = 50 \text{ (m)}$ ;

### 1. Hiệu quả giảm biên độ dao động của con lắc thuận.

Dựa vào lý thuyết nghiên cứu bộ hấp thụ dao động dạng TMD ta xác định các thông số của bộ TMD: Bộ TMD được thiết kế có khối lượng  $m = 10 \text{ kg}$ , được gắn vào cơ cấu cách nền ngang một khoảng  $\ell = 10 \text{ m}$ , ta có  $\mu = m/M = 0,02$ ,  $\gamma = \ell/L = 0,2$ , theo (17) có  $f_{\text{opt}} = 2,253$  theo (18) có  $h_{\text{opt}} = 2,20$ ; theo (21) có  $\zeta_{\text{opt}} = 0,0086$  từ các kết quả này và (12) suy ra  $k_1 = 9,962 \text{ (KN/m)}$ ,  $c = 0,0758 \text{ (KNs/m)}$ . Thay các kết quả này vào phương trình (4) ta được phương trình vi phân chuyển động của hệ.

Chuyển động của con lắc thuận mở rộng được xác định ở hình (2) được lập trong phần mềm Maple 8 với các điều kiện đầu:  $\varphi(0) = 0,0001$ ;  $\dot{\varphi}(0) = 0,0$ ;  $u(0) = 0,0$ ;  $\dot{u}(0) = 0,0$

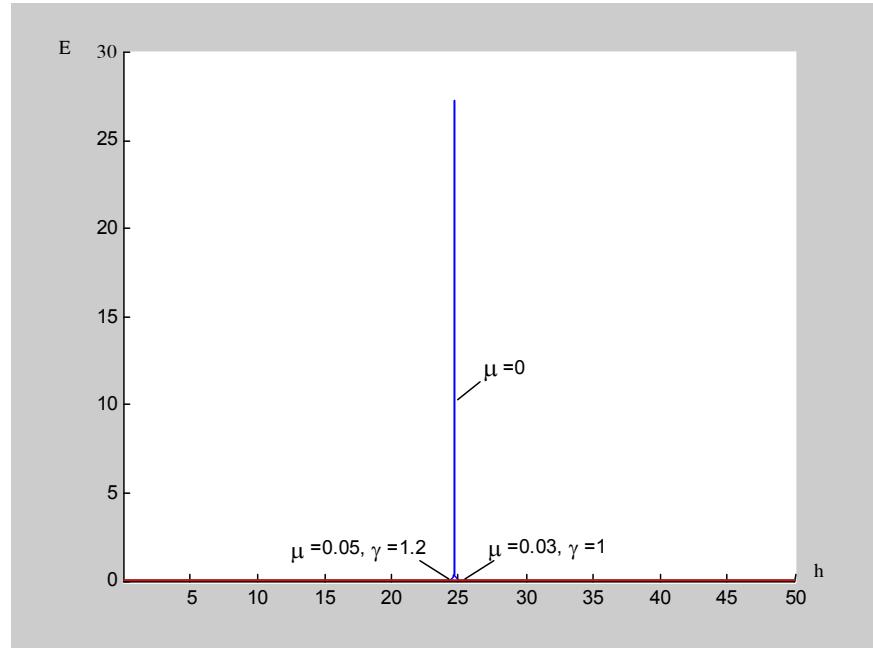


Hình.2: Mô phỏng dao động của con lắc thuận mở rộng

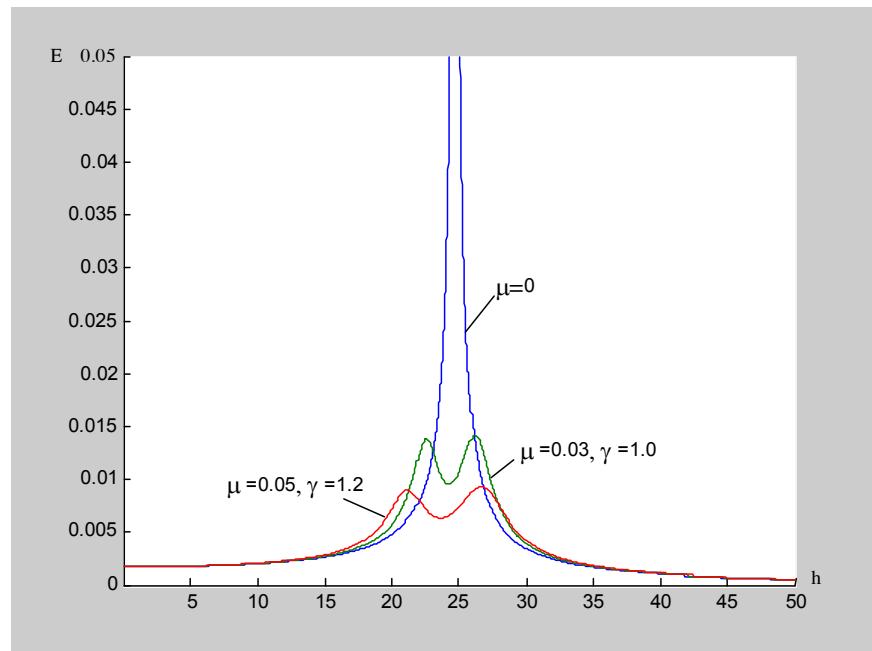
Từ đồ thị (hình 2) thấy rằng dao động của con lắc thuận trong trường hợp lắp đặt bộ hấp thụ dao động, đã tác dụng tốt trong việc giảm dao động.

### 3. Hiệu quả giảm đỉnh cộng hưởng của biên độ dao động.

Hình (3a), (3b) mô tả hệ số E = f(h) của hệ trong điều khiển tối ưu. Trong trường hợp không có bộ hấp thụ dao động hệ số E tại tần số cộng hưởng là 27.



*Hình 3a : Hệ số E theo biến h trường hợp xét hiệu quả  
giảm đỉnh cộng hưởng của biên độ dao động*



*Hình 3b : Hệ số E theo biến h trường hợp xét hiệu quả  
giảm đỉnh cộng hưởng của biên độ dao động*

Trong trường hợp sử dụng bộ hấp thụ dao động với tỉ số khối lượng  $\mu = 0,03$ ,  $\gamma = 1$  hệ số E là 0,015. Trong trường hợp sử dụng bộ hấp thụ dao động với tỉ số khối lượng  $\mu = 0,05$ ,  $\gamma = 1,2$  hệ số E là 0,01. Rõ ràng bộ hấp thụ dao động đã có tác dụng tốt trong việc giảm đỉnh cộng hưởng của biên độ dao động.

## VI. KẾT LUẬN CHUNG

Bài báo đã mở rộng các kết quả nghiên cứu của hệ con lắc ngược sang hệ con lắc thuận mở rộng, trên cơ sở các lý luận về mặt Toán học và Cơ học để tìm các thông số tối ưu cho con lắc thuận mở rộng.

Mục đích của việc thiết kế các bộ hấp thụ dao động là làm giảm dao động của hệ con lắc thuận một cách tối ưu, để đáp ứng yêu cầu của các nhà kỹ thuật. Các kết quả nghiên cứu tính toán ở trên cho thấy rằng: Các bộ hấp thụ dao động được thiết kế theo lý thuyết điều khiển tối ưu đã nghiên cứu ở trên, khi lắp đặt vào cơ cấu con lắc thuận thì biên độ dao động của nó giảm rất nhiều so với trường hợp không lắp đặt bộ hấp thụ dao động. Hơn nữa đỉnh cộng hưởng của biên độ dao động, tức vị trí dao động nguy hiểm nhất của con lắc thuận khi nó được lắp bộ hấp thụ dao động là rất nhỏ so với trường hợp khi không có bộ hấp thụ dao động. Điều này đáp ứng được yêu cầu của các nhà kỹ thuật đặt ra.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Soong T.T (1989), *Active Structural Control: Theory and Practice*, John Wiley & Son, Inc, NewYork
2. Brock J.E., *Note on the Vibration Absorber*, J. Appl. Mech., (1964), 13(4). A-284
3. Hiroshi MATSUHISA và Masashi YASUDA, *DYNAMIC ABSORBERS FOR ROLLING STRUCTURES*, Kyoto University, Japan.(1995)
4. P.C Muller & W. O. Schiehlen (1997), *Đao động tuyến tính*, Nhà xuất bản xây dựng, người dịch Nguyễn Đông Anh.
5. Nguyễn Thúc An, Nguyễn Đình Chiều, Khổng Doãn Điền, *Lý thuyết dao động*, Nhà xuất bản nông nghiệp (2004).
6. Phan Nguyên Di, Nguyễn Văn Khang, Đỗ Sanh, *Ôn định chuyển động trong kỹ thuật*, Nhà xuất bản khoa học và kỹ thuật(1986).
7. Nguyễn Đông Anh, Khổng Doãn Điền, Nguyễn Duy Chinh, *Nghiên cứu bộ hấp thụ dao động đối với hệ con lắc ngược*, Tạp chí Thuỷ lợi và môi trường số 7/2004, kỷ niệm 45 năm thành lập trường Đại học thuỷ lợi, tr 61- 69.
8. Nguyễn Đông Anh, Khổng Doãn Điền, Nguyễn Duy Chinh, *Nghiên cứu ổn định vị trí cân bằng của hệ con lắc ngược*, Tạp chí Thuỷ lợi và môi trường số 8/2005, tr 19- 23.

N. D. Anh<sup>1</sup>, K.D. Dien<sup>2</sup>, N.D. Chinh<sup>3</sup>

**ABSTRACT:** *The absorbers for the inverted pendulum structures have been studying by N.D. Anh. , K.D. Dien, N.D Chinh For the basis of these results, in this paper, the authors develop and extend for the pendulum cases in order to find optimum parameters depending on the scientific foundation of mathematical and mechanical aspect.*