

KHUẾCH ĐẠI CỦA TỐC ĐỘ PHẢN ỨNG TỔNG HỢP HẠT NHÂN TRONG MÔI TRƯỜNG PLASMA OCP ĐẬM ĐẶC

ĐỖ XUÂN HỘI^{*}, LÝ THỊ KIM THOA^{**}

TÓM TẮT

Thế màn chắn ở khoảng cách liên hạt nhân rất nhỏ đóng vai trò quan trọng là làm tăng tốc độ phản ứng tổng hợp hạt nhân trong những thiên thể đậm đặc như sao lùn trắng hay sao neutron. Trong bài báo này, sau khi đã thảo luận bao quát và chi tiết về những công trình mới nhất liên quan đến việc khuếch đại của tốc độ này theo giá trị của tham số tương liên, chúng tôi đề nghị ba công thức nhằm mục đích cải tiến độ chính xác của các biểu thức xấp xỉ của thế màn chắn ở khoảng cách gần bằng không. Các kết quả thu được có tính đến sự liên tục giữa đặc tính của plasma OCP và plasma hỗn hợp nhiều thành phần cũng như quy tắc hỗn hợp tuyến tính nổi tiếng.

ABSTRACT

Magnifying synthetic nuclear reaction rate in the condensed plasma OCP

The screening potential at the tiny values of the antinuclear distance plays an important role in increasing the rate of the synthetic nuclear reaction in condensed celestial bodies such as the white dwarfs or the neutron stars. In this paper, after referring the most recent works concerning the magnification of this rate due to the values of the coupling parameter, we propose three formulae with the aim to improve the precision of the approximate expressions for the screening potential at near zero distance. Those results obtained were taken into account the continuity between the characteristics of OCP plasma and the multi component mixture plasma as well as the well known linear mixing rule.

1. Mở đầu

Nguồn năng lượng chính được bức xạ từ các sao trong vũ trụ có nguồn gốc là phản ứng tổng hợp hạt nhân. Các phản ứng này ảnh hưởng đến quá trình tiến hóa của những thiên thể tạo bởi plasma có mật độ khối lượng cao như sao lùn trắng hoặc sao neutron. Trong plasma, các hạt nhân có thể vượt qua hàng rào thế Coulomb do hiệu ứng đường ngầm lượng tử để gây ra phản ứng tổng hợp. Tốc độ phản ứng hạt nhân được tính bởi hệ thức tổng quát:

$$R = \sigma(v)vN_iN_j,$$

trong đó, $\sigma(v)$ là tiết diện tán xạ, hàm theo tốc độ tương đối v giữa các hạt nhân tương tác, và N_i, N_j là các mật độ hạt. Bản thân $\sigma(v)$ được biểu thị qua thừa số vật

^{*} TS, Trường Đại học Quốc tế, ĐHQG TP HCM

^{**} CN, Trường THPT Tân Bình, TP HCM

lí thiên văn $S(\varepsilon)$, là hàm theo năng lượng ε , đặc trưng cho tương tác hạt nhân giữa hai ion, theo:

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{S(\varepsilon)}{\varepsilon} \exp\left(-\sqrt{\frac{\varepsilon_G}{\varepsilon}}\right).$$

Ở hệ thức trên, số hạng $\exp\left(-\sqrt{\frac{\varepsilon_G}{\varepsilon}}\right)$ cho biết xác suất truyền qua hàng rào thế

Coulomb của hai hạt nhân, với ε_G là năng lượng Gamow [4].

Trong một công trình tiên phong trong lĩnh vực vật lí thiên văn hạt nhân (nuclear astrophysics) [14], Salpeter đã khẳng định rằng khi mật độ khối lượng của hệ plasma đủ lớn để ảnh hưởng màn chắn của các hạt nhân xung quanh hai hạt nhân tương tác trở nên đáng kể, tốc độ phản ứng hạt nhân ở trên được nhân thêm hệ số khuếch đại $e^{h_0/kT}$, đặc trưng cho tác dụng của môi trường bên ngoài lên tương tác giữa hai hạt nhân này. Hệ số h_0 là thế màn chắn ở khoảng cách liên ion gần bằng không (là khoảng cách tại đó phản ứng tổng hợp hạt nhân xảy ra), k và T lần lượt là hằng số Boltzmann và nhiệt độ của môi trường.

Việc xác định giá trị của hệ số h_0 có tầm quan trọng đặc biệt, liên quan đến lĩnh vực vật lí hạt nhân để tính toán hiệu suất phản ứng tổng hợp hạt nhân trong thiên thể và đồng thời nhằm đưa ra một biểu thức của thế màn chắn cho mọi giá trị của khoảng cách liên ion và cho mọi tương quan giữa thế năng tương tác Coulomb và năng lượng chuyển động nhiệt. Chẳng hạn, trong môi trường plasma liên kết mạnh, hệ số khuếch đại được đánh giá lớn đến cỡ 10^{74} . Trên thế giới, cho đến thời gian gần đây, đã có nhiều công trình liên quan đến vấn đề tính hệ số h_0 (xem, ví dụ như, [2], [3]). Trong bài báo này, dựa trên phương pháp tham số hóa hiệu ứng trật tự địa phương đã được trình bày trong một công trình trước [8], chúng tôi sẽ đề xuất một biểu thức giải tích cho hệ số h_0 tương thích với các kết quả mô phỏng Monte Carlo (MC) cho plasma liên kết mạnh, mô hình vật lí phù hợp với quá trình tiến hóa xảy ra trong sao lùn trắng và sao neutron và đồng thời đáp ứng được các yêu cầu về vật lí của bài toán như tính chẵn và luân phiên dấu của hệ thức Widom, tính chính xác của hệ số Jancovici, quy tắc hỗn hợp của plasma đa ion liên kết mạnh cũng như tính liên tục giữa plasma một thành phần và plasma nhiều thành phần.

2. Mô hình khảo sát

Trong khuôn khổ của bài báo này, ta sẽ chỉ đề cập đến việc xác định sự khuếch đại của phản ứng hạt nhân trong môi trường plasma một thành phần (OCP – One Component Plasma) cổ điển, gồm các hạt mang điện tích dương $+Ze$ như nhau, đặt trong một biển đồng nhất electron mang điện tích $-e$ có tác dụng trung hòa điện. Mô hình OCP được xem là thích hợp để diễn tả chẳng hạn như sự đốt cháy carbon: $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$, phản ứng tổng hợp xảy ra trong sao lùn trắng có mật độ khối

lượng lớn đến khoảng 10^9 g/cm^3 và nhiệt độ đạt đến 10^8 K . Hiệu ứng lượng tử liên quan đến tốc độ phản ứng tổng hợp hạt nhân trong trường hợp đang xét có tác dụng nhất định khi “làm nhòe” (quantum smearing) vùng phân kì của thế Coulomb, sẽ được khảo sát trong một công trình khác.

Để đặc trưng cho sự tương quan giữa năng lượng chuyển động nhiệt có độ lớn vào cỡ kT của các ion và tương tác đẩy Coulomb giữa các ion mang điện tích cùng dấu Ze , ta sử dụng tham số tương liên quen thuộc, được định nghĩa bởi:

$$\Gamma = \frac{(Ze)^2}{akT},$$

trong đó, a là bán kính khối cầu ion, được tính theo mật độ hạt n như:

$$a = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3}.$$

Với định nghĩa trên, ta có thể hình dung được tính chất của plasma phụ thuộc vào độ lớn của tham số tương liên Γ : khi chuyển động nhiệt chiếm ưu thế, môi trường plasma sẽ trạng thái lưu chất và ngược lại, nếu tương tác Coulomb quan trọng hơn, ta sẽ có plasma kết tinh. Giá trị ngưỡng của Γ , tại đó có sự chuyển pha từ lưu chất sang tinh thể lập phương tâm khối (bcc) được đánh giá vào cỡ: $\Gamma_m = 172$ [15].

Nếu kí hiệu $H(R)$ là hàm đặc trưng cho tác dụng của màn chắn của môi trường xung quanh lên hai ion tương tác nhau, thì với R là khoảng cách liên ion, hai ion này sẽ chuyển động trong trường thế hiệu dụng

$$V(R) = \frac{(Ze)^2}{R} - H(R), \quad (1)$$

hoặc nếu tính theo đơn vị $r = \frac{R}{a}$ và $\frac{(Ze)^2}{a}$, ta viết: $V(r) = \frac{1}{r} - H(r)$.

Xác suất tương tác (contact probability) giữa hai ion cho bởi hàm phân bố xuyên tâm [2]:

$$g(r) = \exp \left[-\Gamma \left(\frac{a}{R} - H(r) \right) \right] = \frac{2\sqrt{\pi A} (Ze)^2}{(kT)^{3/2} h} \int \exp \left[-\frac{\varepsilon}{kT} - P(\varepsilon) \right] d\varepsilon,$$

trong đó, A là số khối hạt nhân tính theo đơn vị khối lượng nguyên tử (amu) và $P(\varepsilon)$ là đại lượng đặc trưng cho xác suất truyền qua hàng rào thế Coulomb. Nếu gọi r_1 là điểm giạt lùi (turning point) trong lí thuyết tán xạ cổ điển, ta có:

$$P(\varepsilon) = \frac{2\sqrt{A}}{h} \int_0^{r_1} dr \sqrt{V(r) - \varepsilon}.$$

Giá trị của r_i được xác định bởi điều kiện: $\frac{(Ze)^2}{r_i} = \varepsilon$.

3. Khuếch đại tốc độ phản ứng hạt nhân trong plasma OCP liên kết mạnh

Trong những sao lùn trắng hoặc sao neutron, độ lớn của tham số tương liên được đánh giá vào khoảng 100 nên vấn đề tính xác định giá trị của hệ số h_0 là rất quan trọng. Để tính các giá trị của hệ số này tương ứng với các tham số tương liên khác nhau, ta có thể sử dụng một trong hai phương pháp:

Thu thập dữ liệu cho hàm phân bố xuyên tâm $g(r)$ từ các mô phỏng MC và suy ra giá trị cho thế màn chắn $H(r)$ từ hệ thức: $H(r) = \frac{a}{R} + \frac{\ln g(r)}{\Gamma}$.

Mặt khác, tính đối xứng của bài toán cho phép ta viết thế màn chắn $H(r)$ dưới dạng đa thức Widom có bậc chẵn, luân phiên dấu [16]:

$$H(r) = h_0 - h_1 r^2 + h_2 r^4 - h_3 r^6 + \dots, \quad (2)$$

trong đó, hệ số Jancovici h_1 đã được chứng minh có giá trị chính xác: $h_1 = 0.25$ [10].

Vì các mô phỏng MC không thể cho được các giá trị của $g(r)$ ở các khoảng cách liên ion quá nhỏ nên ta bắt buộc phải sử dụng các phép tính ngoại suy để có được các biểu thức của h_0 tương ứng với các giá trị khác nhau của tham số Γ .

Khai thác phương pháp tham số hóa hiệu ứng trật tự địa phương [8], các hệ số của đa thức $H(r)$ được biểu thị theo các hàm phụ thuộc tham số Γ như sau

$$h_i = \sum_{k=0}^5 a_k (\ln \Gamma)^k, \quad (3)$$

rất thuận tiện khi muốn thực hiện các chương trình trên máy tính. Các hệ số a_k trong khai triển đa thức h_i đều đã được cho trong một bảng.

Cách tiếp cận khác để tính được các giá trị của hệ số h_0 là sử dụng các hàm nhiệt động lực: Hệ plasma được xem như gồm $N - 2$ ion và một phân tử lưỡng nguyên tử tạo bởi hai ion gần nhau đến một khoảng cách nào đó. Ta có thể chứng minh rằng h_0 là hiệu số giữa năng lượng tự do của hệ plasma trước và sau phản ứng. Sử dụng quy tắc hỗn hợp tuyến tính (linear mixing rule), ta có được: $h_0 = 2f(\Gamma) - f(2^{5/3}\Gamma)$, với kí hiệu $f(\Gamma)$ là năng lượng tự do của từng ion theo đơn vị của kT , và số hạng $2^{5/3}\Gamma$ tương ứng với tham số tương liên của hệ lưỡng nguyên tử [17]. Do giá trị của năng lượng tự do $f(\Gamma)$ được cung cấp trực tiếp từ các mô phỏng MC, ta có thể suy ra các hệ số h_0 .

Sự tương đồng giữa các kết quả thu được cho h_0 từ hai phương pháp trên đã được phân tích trong một công trình gần đây [1].

Để có được hệ số h_0 cho plasma lưu chất loãng, các tác giả H. DeWitt và W. Slattery [6] đã sử dụng các mô phỏng MC với 5×10^8 cấu hình cho 1 000 ion với cách tiếp cận nhiệt động lực ở trên để thu được biểu thức:

$$h_{0DWS} = h_{0DWS}(lm) - \frac{\Phi_{DWS}}{100\Gamma} \quad (4a)$$

với:

$$h_{0DWS}(lm) = 1,056349 + \frac{1,020822}{\Gamma^{0,676936}} - \frac{1}{\Gamma}(0,274823 \ln \Gamma + 1,084312), \quad (4b)$$

$$\Phi_{DWS} = 2,7 \ln \Gamma + 4,8. \quad (4c)$$

Trong công thức (4a), các hàm $h_{0DWS}(lm)$ xuất phát từ kết quả của quy tắc xấp xỉ hỗn hợp tuyến tính đã trình bày ở trên và hàm Φ_{DWS} là kết quả của hiệu chỉnh từ phép tính cho plasma nhiều thành phần. Các hệ thức xấp xỉ (4a, b, và c) ở trên tương đối phù hợp với các dữ liệu thu được từ các mô phỏng MC với phương pháp hỗn hợp tuyến tính thực hiện bởi chính các tác giả này, nhưng chỉ trong khoảng $\Gamma \in [1, 20]$.

Một hệ thức tương tự với (4a, b, và c) cũng đã được các tác giả trên nêu ra trong một công trình khác [5]:

$$h_{0DWS} = 1,056299 + \frac{1,039957}{\Gamma^{0,676936}} - \frac{1}{\Gamma}(0,274823 \ln \Gamma + 1,084319) - \frac{1}{\Gamma}(0,0271 \ln \Gamma + 0,048), \quad (4d)$$

và cũng cho kết quả có sai số nhỏ khi so sánh với các dữ liệu MC cung cấp bởi chính công trình này.

Nhằm mục đích có được đồng thời kết quả $h_0 \rightarrow \sqrt{3}\Gamma^{1/2}$ ở giới hạn của chế độ nhiệt hạt nhân cổ điển tương ứng với $\Gamma \ll 1$ theo [14] và quy luật $h_0 = const$ đối với lưu chất Coulomb ($\Gamma \gg 1$), L. R. Gasque *et al* đã đề nghị [9]:

$$h_{0G} = \frac{1,0754\Gamma^{1/2}}{\left[\left(\frac{1,0754}{\sqrt{3}}\right)^4 + \Gamma^2\right]^{1/4}}. \quad (5)$$

Tuy nhiên, hệ thức trên chỉ cho giá trị tương đối chính xác của h_0 với $\Gamma \geq 80$, còn đối với các giá trị khác của Γ , sai số là khá đáng kể. Theo các tác giả, các sai số trên là chấp nhận được nếu so sánh với sai số do phép tính thừa số vật lý thiên văn $S(\varepsilon)$.

Gần đây hơn, khi quan tâm đến sự tổng hợp của các hạt nhân ^{12}C và ^{16}O trong các sao, trên cơ sở kết hợp phương pháp gần đúng WKB cho hiệu ứng đường ngầm lượng tử xuyên qua hàng rào thế Coulomb tạo bởi hai hạt nhân tương tác và phương pháp thế của trường trung bình tĩnh (static mean field potential) do các ion lân cận,

các tác giả A. I. Chugunov và H. E. DeWitt đã thực hiện 129 mô phỏng MC để thu được các dữ liệu cho plasma BIM được xem như chính xác nhất cho đến nay [2]. Trường hợp plasma OCP được suy ra từ hệ thức tổng quát, cho thấy ở vùng giá trị của tham số tương liên mà ta quan tâm trong khuôn khổ của bài báo này, kết quả thu được là hoàn toàn tương thích với thông báo trước đó thực hiện riêng biệt cho plasma OCP [3], hoặc với kết quả có được từ các mô phỏng Monte Carlo sử dụng tích phân lộ trình (PIMC - Path Integral Monte Carlo) do Militzer và Pollock thực hiện [11]. Theo [3], sự phụ thuộc của hệ số h_0 vào độ lớn của tham số tương liên được cho bởi:

$$h_{0CHU} = \Gamma^{1/2} \left(\frac{A_1}{\sqrt{A_2 + \Gamma}} + \frac{A_3}{1 + \Gamma} \right) + \frac{B_1 \Gamma}{B_2 + \Gamma} + \frac{B_3 \Gamma}{B_4 + \Gamma^2} \quad (6)$$

với:

$$A_1 = 2,7822, \quad A_2 = 98,34, \quad A_3 = \sqrt{3} - A_1 / \sqrt{A_2} = 1,4515,$$

$$B_1 = -1,7476, \quad B_2 = 66,07, \quad B_3 = 1,12, \quad \text{và} \quad B_4 = 65.$$

Đặc điểm của hệ thức trên, tương tự như trong [9], là ta có thể suy ra giá trị của h_0 tiệm cận với lý thuyết Debye-Hückel vận dụng cho plasma liên kết loãng: $h_{0CHU} = \sqrt{3}\Gamma^{1/2}$ ($\Gamma \ll 1$).

Khảo sát sự tương hợp giữa hệ thức (6) ở trên với các dữ liệu MC của H. DeWitt và W. Slattery [5], ta thấy sai số của h_0 là khoảng 0,13% cho các giá trị của $\Gamma \geq 10$, hoàn toàn chấp nhận được so sánh với sai số của mô phỏng MC. Trên cơ sở đó, ta có thể xem như hệ thức (6) cho ta các giá trị của h_0 tương ứng với mọi giá trị của tham số Γ .

Bảng B.I. So sánh các giá trị h_0 trong các bài báo [7] và [5]

Γ	h_{0MC96} [7]	h_{0MC99} [5]
10	1,0962	1,0994
20	1,0962	1,0953
40	1,0901	1,0879
80	1,0828	1,0803
160	1,0770	1,0737

Để có thêm thông tin về mức độ chính xác của các số liệu cung cấp bởi các mô phỏng MC, chúng ta có thể tham khảo bảng B.I: Ở các cột thứ hai và thứ ba lần lượt là các giá trị của hệ số h_0 cung cấp bởi các công trình [7] và [5]. Các giá trị của h_{0MC96} ở cột thứ hai được chúng tôi suy ra bằng phương pháp xấp xỉ trực tiếp từ các dữ liệu cho hàm phân bố xuyên tâm $g(r)$. Ta có thể nhận thấy các giá trị này có độ lệch lớn nhất là $3,3 \times 10^{-3}$ tương ứng với $\Gamma = 160$. Điều đáng lưu ý là khi thực hiện các phép tính xấp xỉ trên, chúng tôi đã kiểm nghiệm được các hàm thế màn chắn

$h(r)$ theo khoảng cách liên ion r là các đa thức bậc chẵn, luân phiên dấu theo đúng đa thức Widom (2), đồng thời, các hệ số h_1 trong khai triển (2) có giá trị gần đúng: $h_1 \approx 0,25$, như đã chứng minh bởi Jancovici [10].

Trong bài báo này, chúng ta sẽ sử dụng các giá trị của hệ số h_0 cho bởi [5], tức là các giá trị ở cột thứ ba của bảng B.I, do sự tương thích giữa các số liệu này với hệ thức (6) như đã trình bày ở trên.

Để thấy rõ mối quan hệ trong việc tính toán hệ số khuếch đại phản ứng hạt nhân trong trường hợp tổng quát cho plasma nhiều thành phần (MCP - Multicomponent Plasmas) và plasma OCP, đồng thời để có sự tương thích với phương pháp sử dụng quy tắc hỗn hợp tuyến tính, chúng tôi đề nghị hệ thức sau cho h_0 :

$$h_0 = h_0(lm) - \frac{\Phi}{100\Gamma} \tag{7a}$$

trong đó:

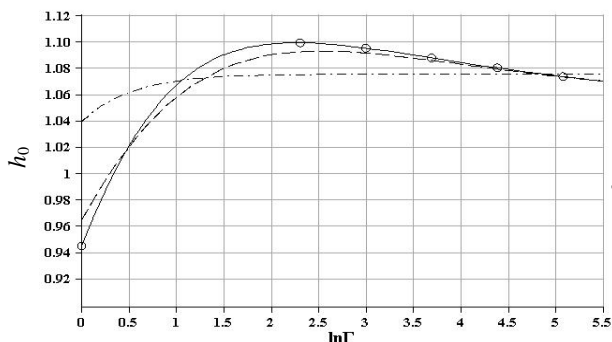
$$h_0(lm) = 1,056299 + \frac{1,039957}{\Gamma^{0,676936}} - \frac{1}{\Gamma} (0,274823 \ln \Gamma + 1,084319) \tag{7b}$$

và: $\Phi = \sum_{k=0}^5 a_k (\ln \Gamma)^k$, (7c)

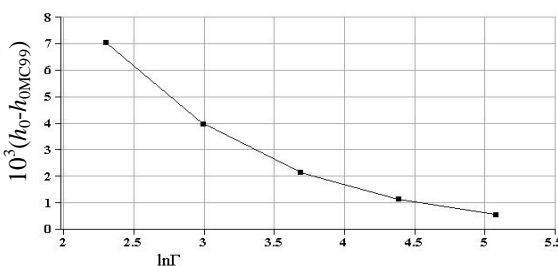
Các hệ số a_k được cho bởi bảng B.II dưới đây :

Bảng B.II. Các hệ số của công thức (7c)

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
6,69370	-0,69922	-2,80549	1,95369	-0,43372	0,03298



H.1. Biến thiên của h_0 theo $\ln \Gamma$. Chấm tròn là dữ liệu MC [5]. Đường liền nét là hệ thức đề nghị (7a, b, và c). Đường đứt nét là hệ thức (4d) từ [5], và đường gạch chấm là hệ thức (5) từ [9].



H.2. Đồ thị sai số giữa hệ thức (4d) và dữ liệu MC cùng từ công trình [5].