



## ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP COMPACT ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN NGƯỢC TRỌNG LỰC TRONG NGHIÊN CỨU ĐỊA VẬT LÝ

Đặng Văn Liệt<sup>1</sup>, Nguyễn Hoàng Cường<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Khoa Vật lý - Kỹ thuật, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Tp. Hồ Chí Minh

<sup>2</sup>Khoa Sư phạm - Đại học Khánh Hòa

### Tóm tắt:

Việc giải bài toán ngược trọng lực - đặc biệt là bài toán xác định mặt móng kết tinh - là bài toán đa trị, nên đã có nhiều phương pháp được đưa ra. Báo cáo này gồm ba phần (a) bộ phương trình của phương pháp compact do Last và Kubik (1983) [6] đưa ra, (b) khó khăn và cách khắc phục (cải tiến một số phương trình) khi áp dụng chương trình này để phân tích một số dị thường trọng lực ở vùng đồng bằng sông Cửu Long. Các kết quả đạt được có độ chính xác cao, dễ sử dụng và các kết quả có độ sâu cực đại gần 0.6 km đến gần 1.6 km; các kết quả này phù hợp với các kết phân tích trước đó.

**Từ khóa:** Phương pháp Compact, trọng lực, bài toán ngược.

### 1. MỞ ĐẦU

Việc phân tích định lượng dị thường trọng lực nhằm xác định chiều sâu, hình dạng, kích thước, và vị trí của các dị vật cần nghiên cứu – hay mặt địa hình của mặt móng tức bề dày của lớp trầm tích về cơ bản, có hai hướng để tiếp cận vấn đề này:

- Hướng thứ nhất với mô hình dị vật (nguồn) có các dạng hình học đơn giản như hình cầu, hình trụ, hình lăng trụ, hình đa giác, hay một tập hợp các mô hình hình học đơn giản có hiệu mật độ biết trước. Mô hình của nguồn ban đầu được điều chỉnh dần dần để tiến tới một mô hình phù hợp nhất với dị thường quan sát. Việc điều chỉnh có thể được thực hiện bằng tay, hoặc tự động bằng cách sử dụng một kỹ thuật tối ưu hóa nào đó. Mặt hạn chế của cách tiếp cận này là mối quan hệ giữa dữ liệu trọng lực và các tham số của mô hình là phi tuyến (bài toán ngược là bài toán đa trị, có nhiều mô hình phù hợp cho cùng một dị thường quan sát); do đó, trong nhóm phương pháp này cần phải hiểu rõ cấu trúc địa chất của vùng, để xây dựng mô hình sao cho đúng hoặc gần đúng với hình dạng của nguồn. Cho đến nay, hướng xây dựng mô hình theo hướng này rất phổ biến.

- Hướng thứ hai với mô hình dị vật là một tập hợp các dị vật có hình dạng biết trước như mô hình là một dãy đều đặn các khối hình vuông, hình chữ nhật giống hệt nhau có kích thước và độ sâu biết trước nhưng mật độ các hình này chưa biết (mật độ có thể thay đổi). Hướng tiếp cận này có thể linh hoạt hơn trong quá trình xử lý mối quan hệ giữa các tham số (mật độ các hình) và dữ liệu là tuyến tính. Khó khăn của phương pháp này là sự phân bố của mật độ bị phân tán; do đó, các nhà khoa học đã sử dụng nhiều tiêu chuẩn khác nhau nhằm mục đích giảm bớt sự phân tán này như Fisher và Howard (1980) [5] đã áp đặt tính đơn trị lên mật độ và sử dụng chương trình giải "hệ phương trình bậc II" để giải quyết cho sự phân bố đó.

Vào những năm gần đây, máy tính phát triển mạnh với tốc độ xử lý nhanh, nên người ta thường sử dụng các thuật toán không phức tạp, mang tính toàn cục và tự dò tìm để điều chỉnh hình dạng của dị vật trong phương pháp tiến để giải các bài toán ngược phi tuyến trọng lực như thuật toán di truyền (Krahenbuhl R.A., Li Y, (2002) [7]; Đặng Văn Liệt, (2005), [2]; Đặng Văn Liệt và những người khác, (2009), [3]) và mạng neuron nhân tạo (Onur Osman et al., (2007) [8]).

Trong báo cáo này, tác giả trình bày phương pháp compact do Last và Kubik (1983) [6] đưa ra, phương pháp này là phương pháp tiêu biểu để tìm mô hình bằng hướng thứ hai mà tác giả vừa trình bày ở trên; trong đó, để mật độ các khối hội tụ, tác giả đã đưa ra điều kiện về thể tích cực tiểu (minimum volume) áp đặt lên mô hình và sử dụng phương pháp lặp áp dụng cho việc giải hệ phương trình bằng phương pháp bình phương tối thiểu.

Tuy nhiên, việc áp dụng hệ phương trình compact do Last và Kubik (1983) [6] trình bày vào việc phân tích dị thường trọng lực ở vùng đồng bằng sông Cửu Long đã gặp rất nhiều khó khăn, điều này xảy ra là do sự phức tạp về điều kiện hình thành địa chất của vùng. Tác giả sẽ trình bày những khó khăn này và sự cải tiến một số công thức trong phương pháp compact để đạt được kết quả tốt nhất ở phần sau của báo cáo này.

## 2. TÓM TẮT THUẬT TOÁN COMPACT GIẢI BÀI TOÁN NGƯỢC TRỌNG LỰC

Để áp dụng thuật toán này vào việc giải bài toán ngược trọng lực, tác giả sử dụng hệ phương trình compact kết hợp với phương pháp lặp.

Thuật toán của phương pháp gồm ba bước:

+ Khởi tạo mô hình và tính dị thường của mô hình.

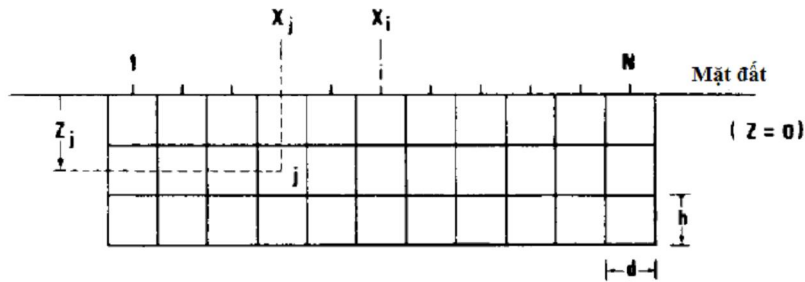
+ So sánh dị thường của mô hình với dị thường quan sát qua sai số trung bình bình phương sau mỗi lần lặp (dùng giá trị này để hiệu chỉnh mô hình).

+ Hiệu chỉnh mô hình nhiều lần qua các lần lặp cho tới khi sai số trung bình bình phương đạt điều kiện hội tụ. Ta sẽ thu được hình dạng mong muốn của dị vật.

### 2.1. Mô hình

Việc khởi tạo mô hình và điều chỉnh (phát sinh) mô hình theo phương pháp compact là tập hợp các khối hình chữ nhật có chiều dài (sâu) là  $h$  và chiều rộng là  $d$ , hiệu mật độ  $\Delta v$ ; để bài toán hội tụ số khối theo toàn tuyến phải bằng (hoặc nhỏ hơn) số điểm đo trên tuyến, số khối theo chiều sâu tùy vào độ sâu vùng khảo sát. Vậy mô hình khởi tạo của dị vật được biểu diễn bằng một ma trận  $M = n \times m$  ( $n$  là số cột,  $m$  là số hàng) (Hình 1); và tổng các các khối hình chữ nhật này sẽ gây ra tại điểm thứ  $i$  trên tuyến đo một dị thường trọng lực  $\Delta g_i$  cho bởi công thức (1):

$$g_i = \sum_{j=1}^M a_{ij} \cdot v_j + e_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$



Hình 1. Mô hình 2-D gồm các khối hình chữ nhật chứa các giá trị hiệu mật độ

trong đó:

$$\Delta a_{ji} = 2G \left[ (x_i - x_j + \frac{d}{2}) \log \left( \frac{r_2 r_3}{r_1 r_4} \right) + d \log \left( \frac{r_4}{r_3} \right) - \left( z_j + \frac{h}{2} \right) (\theta_4 - \theta_2) + \left( z_j - \frac{h}{2} \right) (\theta_3 - \theta_1) \right] \quad (2)$$

$$r_1^2 = (z_j - h/2)^2 + (x_i - x_j + d/2)^2$$

$$r_2^2 = (z_j + h/2)^2 + (x_i - x_j + d/2)^2$$

$$r_3^2 = (z_j - h/2)^2 + (x_i - x_j - d/2)^2$$

$$r_4^2 = (z_j + h/2)^2 + (x_i - x_j - d/2)^2 \quad (3)$$

$$\theta_1 = \arctan(x_i - x_j + d/2) / (z_j - h/2)$$

$$\theta_2 = \arctan(x_i - x_j + d/2) / (z_j + h/2)$$

$$\theta_3 = \arctan(x_i - x_j - d/2) / (z_j - h/2)$$

$$\theta_4 = \arctan(x_i - x_j - d/2) / (z_j + h/2) \quad (4)$$

Vậy giá trị  $a_{ij}$  dùng để khởi tạo mô hình và nghiệm phải xác định là hiệu mật độ  $\Delta v_j$

Công thức ma trận (1) được viết lại như sau:

$$\mathbf{G} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} + \mathbf{E}$$

## 2.2. Nguyên tắc của phương pháp compact

Theo Last và Kubik (1983) [6], nguyên tắc của phương pháp compact đòi hỏi cực tiểu một phiếm hàm thích hợp của mật độ và của nhiễu, sao cho thỏa mãn phương trình (5). Do đó, Last và Kubik (1983) [6] đã đặt vấn đề:

$$q = \sum_{j=1}^m f_v(v_j) + \sum_{i=1}^n f_e(e_i) \rightarrow \text{cực tiểu}$$

Tùy thuộc vào phương trình (5), để tiện lợi cho quá trình tính toán sau này và việc dễ dàng so sánh với các phương pháp khác, Last và Kubik (1983) [6] đã viết lại phương trình trên như sau:

$$q = \sum_{j=1}^m w_{vj}(v_j)^2 + \sum_{i=1}^n w_{ei}(e_i)^2 \rightarrow \text{cực tiểu}$$

trong đó,  $w_{vj}$  cho bởi Last và Kubik (1983) [6] như sau:

$$w_{vj} = (v_j^2 + \varepsilon)$$

hay được viết dưới dạng ma trận trọng số như sau:

$$W = \frac{1}{(v_j^2 + \varepsilon)}$$

và  $\varepsilon$  được thường được chọn từ  $10^{-7}$  đến  $10^{-11}$ .

Hàm trọng số của nhiễu cho bởi Last và Kubik:

$$[W_e]^{-1} = (L_0)^2 \cdot \text{diag}(AW^{-1}A^T)$$

$$L_0 = N/S$$

$L_0$  được định nghĩa là tỷ số cân bằng các yếu tố giữa nhiễu và dị thường trọng lực quan sát được. Ta thấy, hàm nhiễu được tính ở cả lần lặp đầu tiên, không giống như hàm trọng số  $W$  được gán như một ma trận có đường chéo bằng 1 trong lần lặp đầu tiên. Phương trình (10) xác định rằng hàm trọng lượng sai số không phụ thuộc vào chính bản thân của các sai số. Do đó, chúng ta đang giảm thiểu tổng thặng dư bình phương có trọng số. Điều này cho kết quả tốt khi nhiễu được phân bố vào dữ liệu.

Vậy giá trị  $V$  mong muốn là:

$$V = [W^{-1}A^T(AW^{-1}A^T + W_e^{-1})^{-1}]G$$

Chúng ta thấy rằng,  $W$  và  $W_e$  không phải là các ma trận trọng số bất biến. Sau mỗi lần lặp  $q$ , hệ phương trình compact do Last và Kubik (1983) [6] đưa ra được cập nhật từ phương trình (13) đến (16):

$$[W_e^{(q-1)}]_{ii}^{-1} = (L_0)^2 \cdot D_{ii}^{(q-1)}$$

với:

$$D = \text{diag}(AW^{-1}A^T) \quad (7)$$

Hàm trọng số  $W$  vẫn là:

$$[W^{(q-1)}]_{jj}^{-1} = [V_j^{(q-1)}]^2 + \varepsilon \quad (8)$$

Công thức lặp cho lần lặp thứ  $q$  của giá trị hiệu mật độ sẽ là:

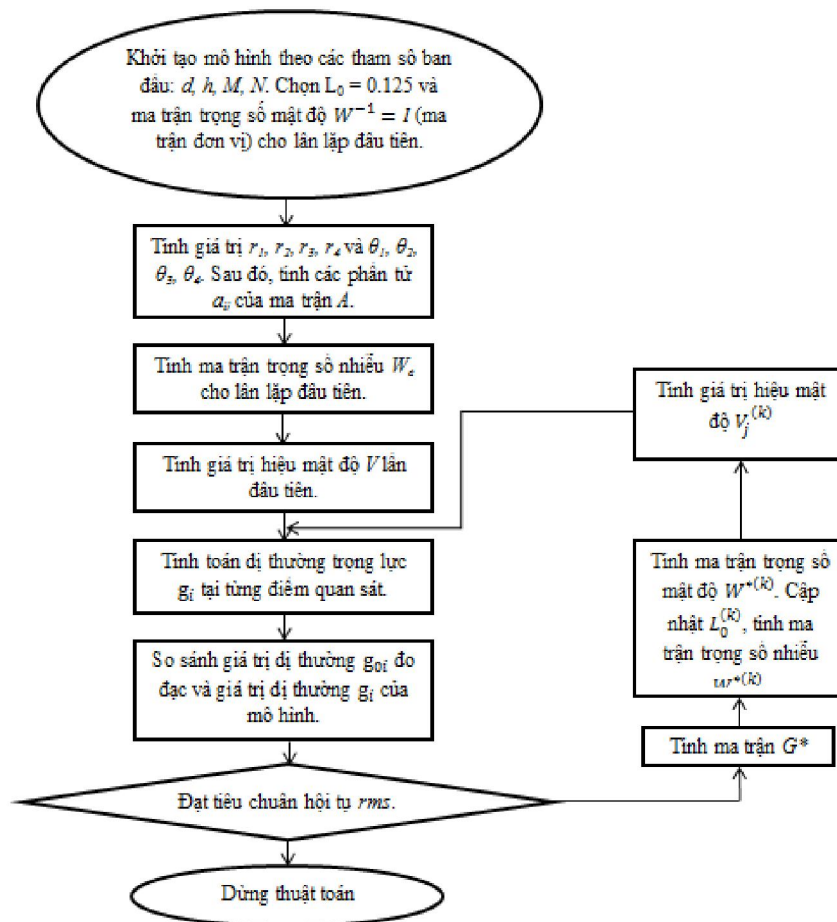
$$V^{(q)} = [W^{(q-1)}]^{-1} A^T \{A [W^{(q-1)}]^{-1} A^T + [W_e^{(q-1)}]^{-1}\}^{-1} G \quad (9)$$

## 2.3. Lưu đồ của phương pháp compact

Dựa trên các bước tính của phương pháp compact vừa trình bày bên trên, tác giả tóm tắt trong lưu đồ sau đây để từ đó xây dựng chương trình.

$$(10)$$

$$(11)$$



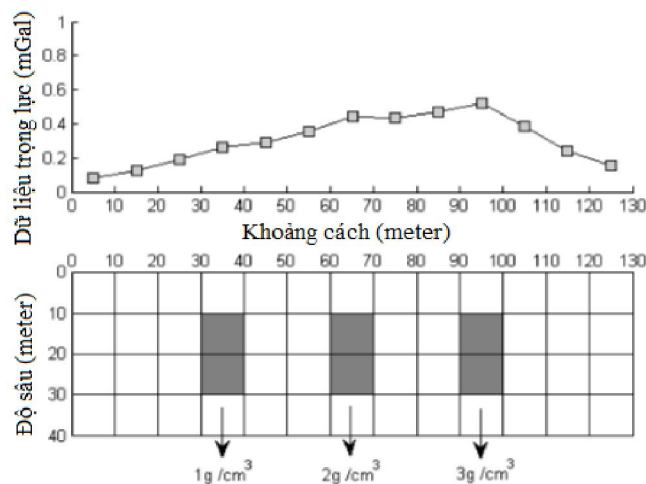
Hình 2. Lưu đồ của phương pháp compact

### 3. TÍNH TOÁN TRÊN MÔ HÌNH

#### 3.1. Mô hình ba dị vật xếp cách nhau của Yunus L. Ekinci (2008) [9]

Dị vật là ba hình chữ nhật có kích thước ngang 10m, kích thước dọc 20m, vị trí trung tâm của dị vật thứ nhất  $(x_{c1}, z_{c1}) = (35, 20)$ m,

vị trí trung tâm của dị vật thứ hai  $(x_{c2}, z_{c2}) = (65, 20)$ m, vị trí trung tâm của dị vật thứ ba  $(x_{c3}, z_{c3}) = (95, 20)$ m. Có 13 giá trị đo tại  $x = [5:10:125]$ m, có hiệu mật độ của ba hình chữ nhật lần lượt là  $1\text{g/cm}^3$ ,  $2\text{g/cm}^3$ ,  $3\text{g/cm}^3$ . Hình 3 (bên dưới) là giá trị dị thường trọng lực của mô hình được xem như giá trị dị trọng lực thường quan sát.



Hình 3. Hình dạng của các dị vật cũng như dị thường trọng lực ở mô hình thứ 3

1 <sup>st</sup> iteration (g/cm <sup>3</sup> )												
-0.03	-0.01	0.11	0.26	0.17	0.29	0.56	0.37	0.49	0.86	0.42	0.06	-0.02
0.03	0.06	0.12	0.18	0.22	0.29	0.37	0.39	0.43	0.46	0.34	0.18	0.09
0.06	0.09	0.13	0.17	0.21	0.26	0.30	0.33	0.34	0.33	0.27	0.19	0.12
0.07	0.10	0.13	0.16	0.19	0.22	0.25	0.27	0.28	0.26	0.23	0.18	0.14
6 <sup>th</sup> iteration (g/cm <sup>3</sup> )												
		0.01	0.04		0.01	0.07		0.01		0.01		
		0.04	0.86	0.01	0.19	1.73	0.25	0.01	3.34	0.01	0.02	
		0.15	0.55	0.35	0.50	0.67	0.47	0.60	1.25	0.59	0.03	
			0.02	0.04	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02			
10 <sup>th</sup> iteration (g/cm <sup>3</sup> )												
			1.00			2.00			3.00			
			1.00			2.00			3.00			

Hình 4. Kết quả tính toán theo phương pháp compact của Yunus L. Ekinici (2008) [9]

Mô hình xây dựng là mảng các hình vuông cạnh 10m, có 13 ô nằm ngang (ứng với 13 điểm đo) và 4 ô theo chiều dọc, vậy ta có 13x4 ô vuông. Hình 3 (bên trên) là mô hình để tìm lời giải, với mô hình này dị vật sẽ nằm trong 6 ô được tô đen, mỗi dị vật cách nhau một khoảng 20m. . Như vậy, ban đầu ứng với mỗi điểm đo sẽ có 52 giá trị ảnh hưởng của 52

khối vuông. Và đây là kết quả tính toán được theo phương pháp compact mà tác giả đã thực hiện.

Lần lặp đầu tiên, hiệu mật độ tính toán được theo phương pháp compact phân bố rất rời rạc như Hình 5. Ta cũng không thể xác định rõ dị vật bên dưới như mô hình đưa ra.

```

rms =
    2.5820e-017

ans =

so lan lap

ans =
    1

FF =
    0.0277    0.0037    0.1092    0.2591    0.1735    0.2916    0.5650    0.3674    0.4877    0.8561    0.4168    0.0636    0.0186
    0.0289    0.0601    0.1213    0.1833    0.2221    0.2911    0.3663    0.3853    0.4313    0.4611    0.3382    0.1769    0.0854
    0.0574    0.0852    0.1251    0.1685    0.2108    0.2567    0.2986    0.3256    0.3417    0.3306    0.2712    0.1899    0.1248
    0.0727    0.0961    0.1257    0.1586    0.1921    0.2246    0.2523    0.2705    0.2757    0.2620    0.2268    0.1797    0.1356

```

Hình 5. Kết quả tính toán của lần lặp thứ 1 theo phương pháp compact

```

rms =
    4.1271e-014

ans =

so lan lap

ans =
    6

FF =
    0.0000    0.0000    0.0139    0.0359    0.0002    0.0068    0.0717    0.0026    0.0077    0.0042    0.0121    0.0000    0.0000
    0.0000    0.0000    0.0405    0.8550    0.0138    0.1880    1.7290    0.2472    0.0127    3.3412    0.0066    0.0194    0.0000
    0.0000    0.0004    0.1474    0.5514    0.3505    0.4965    0.6656    0.4685    0.6000    1.2465    0.5877    0.0251    0.0000
    0.0000    0.0000    0.0018    0.0207    0.0451    0.0574    0.0543    0.0409    0.0301    0.0166    0.0028    0.0000    0.0000

```

Hình 6: Kết quả tính toán của lần lặp thứ 6 theo phương pháp compact

Đến lần lặp thứ 6, được hiển thị trên Hình 6, dựa vào phương pháp compact các hiệu mật độ đặc trưng cho khối dị vật đã được làm rõ hơn gần với hình dạng mong muốn, các khối không gây ra dị thường trọng lực có hiệu mật độ giảm dần tới 0.

Cuối cùng đến lần lặp thứ 10, quy trình tính toán đã hội tụ, tất cả các khối không gây ra dị thường trọng lực đã được quy ước bằng 0. Ba dị vật đã được tìm thấy với hiệu mật độ lần lượt là  $1\text{g/cm}^3$ ,  $2\text{g/cm}^3$ ,  $3\text{g/cm}^3$  trùng khớp với mô hình đã được khởi tạo.

```

rms =
1.5064e-008

ans =

số lần lặp

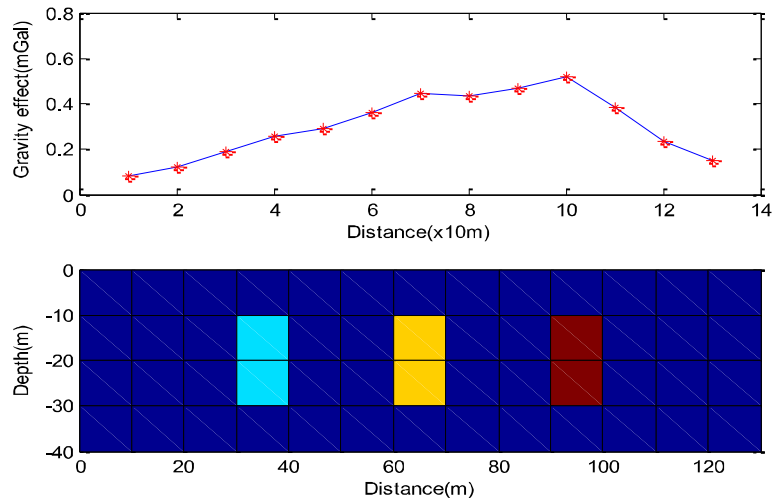
ans =

10

FF =
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 1.0000 0.0000 0.0000 2.0000 0.0000 0.0000 3.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 1.0000 0.0000 0.0000 2.0000 0.0000 0.0000 3.0000 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
  
```

Hình 7. Kết quả tính toán của lần lặp thứ 10 theo phương pháp compact

Đồ thị dị thường trọng lực và dị vật tìm được theo phương pháp compact



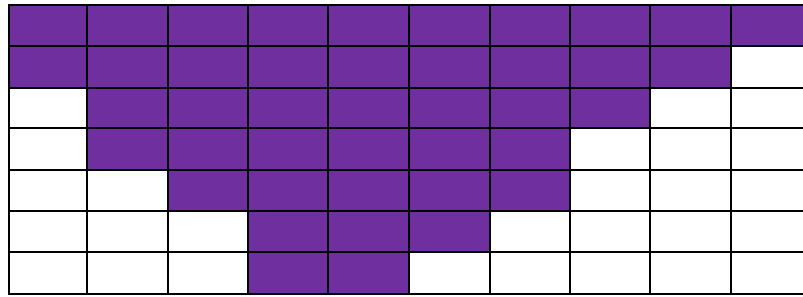
Hình 8. Đồ thị dị thường trọng lực được tính toán lại và dị vật được tìm thấy ở lần lặp thứ 10 của phương pháp compact

### 3.2. Mô hình mặt móng kết tinh của PGS. TS. Đặng Văn Liệt

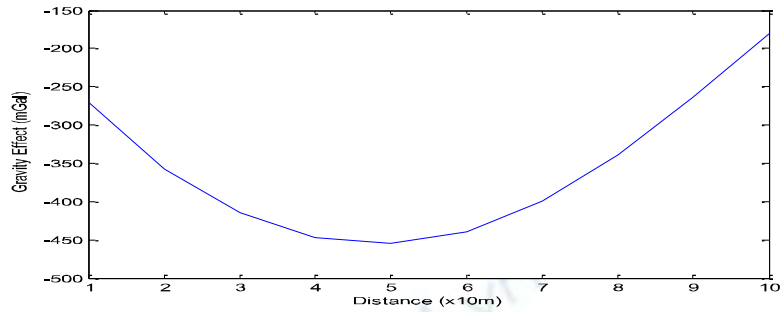
Mô hình do PGS. TS. Đặng Văn Liệt đưa ra ở đây là một mặt móng bồn trầm tích phức tạp được kết thành từ 42 khối chữ nhật, mỗi khối chữ nhật có độ rộng 10m, sâu 5m, hiệu mật độ mỗi khối vẫn là

$-500\text{g/cm}^3$ , chiều dài của tuyến đo là 100m, chiều sâu tối đa của mặt móng là 35m. Hình dạng mặt móng của mô hình như sau:





Hình 9. Mô hình mặt móng bồn trầm tích thứ ba.



Hình 10. Đồ thị độ thường trọng lực do mặt móng kết tinh gây ra trên mặt đất

Tác giả sử dụng các giá trị độ thường trọng lực tại 10 điểm đo trên đồ thị độ thường trọng lực và chương trình tính toán Matlab theo phương pháp compact, để tìm được mặt móng đúng như mô hình do PGS.

TS. Đặng Văn Liệt đã giả định. Kết quả chính xác tác giả đã thu được sau 800 lần lặp được hiển thị trên Hình 11 như sau.

```

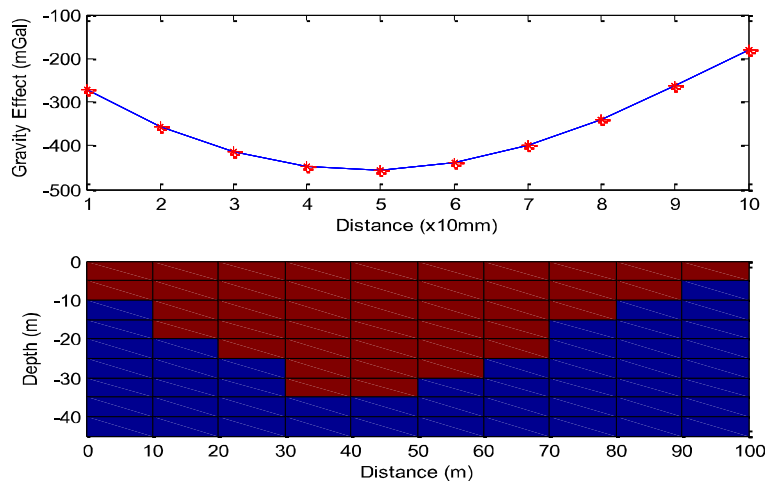
rms =
    1.0490e-009

ans =
    800

FF =
    -500    -500    -500    -500    -500    -500    -500    -500    -500    -500
    -500    -500    -500    -500    -500    -500    -500    -500    -500     0
     0    -500    -500    -500    -500    -500    -500    -500     0     0
     0     0    -500    -500    -500    -500    -500     0     0     0
     0     0     0    -500    -500    -500     0     0     0     0
     0     0     0    -500    -500     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
  
```

Hình 11. Kết quả tính toán của lần lặp thứ 800 theo phương pháp compact

**Đồ thị độ thường trọng lực và địa vật tìm được theo phương pháp compact**



Hình 12. Đồ thị độ thường trọng lực được tính toán lại và địa vật được tìm thấy sau lần lặp thứ 800 của phương pháp compact