Chương 11

CÁC NGUYÊN LÝ CƠ HỌC

§1. Lực quán tính

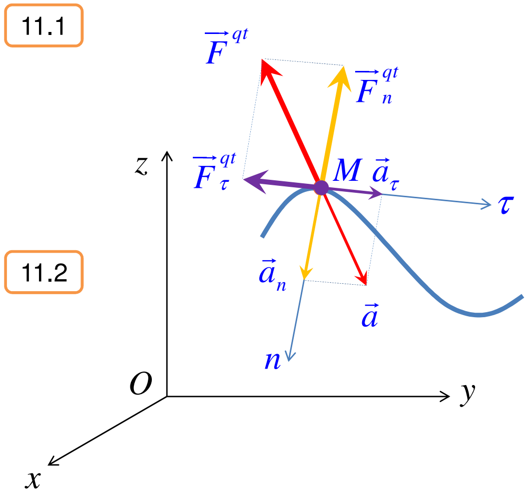
1. Định nghĩa

Chất điểm M có khối lượng m, chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ dưới tác dụng của hệ lực trong hệ quy chiếu quán tính.

$$\vec{F}^{qt} = -m\vec{a} \qquad \boxed{11.1}$$

* Trong hệ trục Oxyz:

$$\begin{cases} F_x^{qt} = -m\ddot{x} \\ F_y^{qt} = -m\ddot{y} \\ F_z^{qt} = -m\ddot{z} \end{cases} \qquad \boxed{11.2}$$



* Trong hệ trục tọa độ tự nhiên:

$$\vec{F}^{qt} = \vec{F}_n^{qt} + \vec{F}_\tau^{qt} \qquad \boxed{11.3}$$

Với: $\vec{F}_n^{qt} = -m\vec{a}_n$: lực quán tính pháp

$\vec{F}_\tau^{qt} = -m\vec{a}_\tau$: lực quán tính tiếp

Từ định nghĩa ta thấy lực quán tính không phải là lực thực sự tác dụng lên chất điểm khảo sát. Lực quán tính là lực ảo.

Lưu ý chiều, giá trị đại số của lực quán tính khi làm toán:

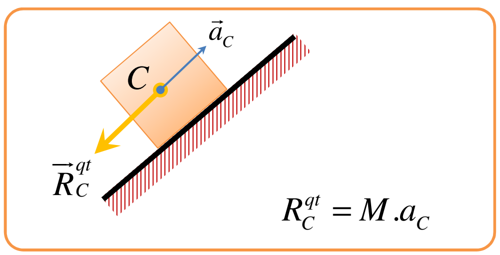
- *Giả sử chất điểm có véc tơ gia tốc $\vec{a}$ với **chiều giả thiết***
- *Véc tơ lực quán tính được đặt **ngược chiều với véc tơ gia tốc giả thiết này.***
- *Giá trị đại số của lực quán tính theo chiều đã đặt tính theo công thức: $F^{qt} = ma$, với a là giá trị đại số.*

2. Thu gọn hệ lực quán tính đối với hệ chất điểm

Các kết quả sau, người đọc tự chứng minh hoặc tham khảo khác.

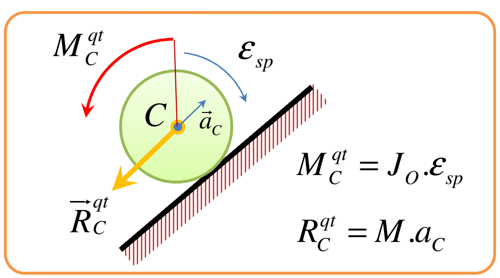
a. Vật chuyển động tịnh tiến

$$\vec{R}_C^{qt} = -M\vec{a}_C, \quad \overline{M}_C^{qt} = 0 \qquad \boxed{11.4}$$



b. Vật chuyển động song phẳng

$$\vec{R}_C^{qt} = -M\vec{a}_C; \quad \overline{M}_C^{qt} = -J_C\bar{\varepsilon}_{sp} \qquad \boxed{11.5}$$



c. Vật quay quanh một trục z cố định

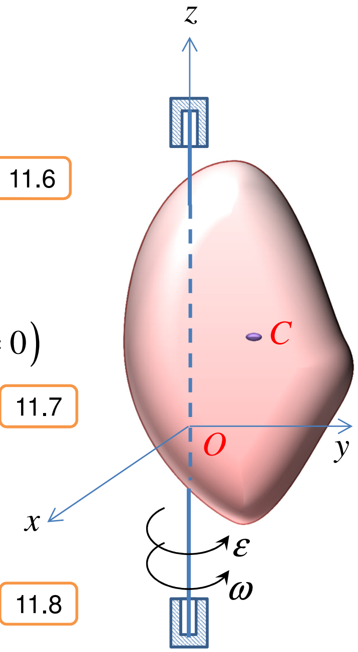
Thu gọn hệ lực quán tính về O

$$\vec{R}_O^{qt} = -M\vec{a}_C$$

$$\overline{M}_x^{qt} = J_{xz}\bar{\varepsilon} - J_{yz}\omega^2$$

$$\overline{M}_y^{qt} = -J_{yz}\bar{\varepsilon} + J_{xz}\omega^2 \qquad \boxed{11.6}$$

$$\overline{M}_z^{qt} = J_z\bar{\varepsilon}$$



Nếu trục z là trục quán tính chính $(J_{yz} = J_{xz} = 0)$

$$\vec{R}_O^{qt} = -M\vec{a}_C, \overline{M}_x^{qt} = \overline{M}_y^{qt} = 0, \overline{M}_z^{qt} = J_z\bar{\varepsilon} \qquad \boxed{11.7}$$

Nếu trục z là trục quán tính chính trung tâm

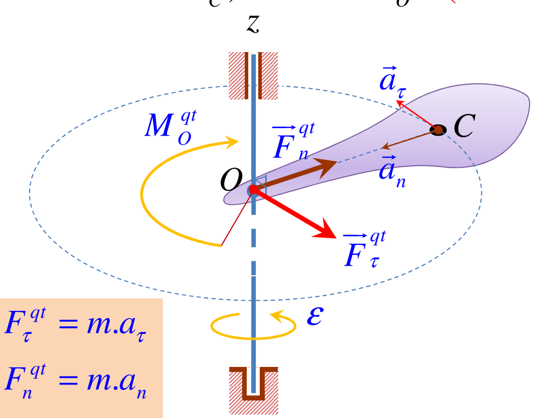
$(J_{yz} = J_{xz} = 0, O \equiv C)$

$$\vec{R}_O^{qt} = 0, \overline{M}_x^{qt} = \overline{M}_y^{qt} = 0, \overline{M}_z^{qt} = J_z\bar{\varepsilon} \qquad \boxed{11.8}$$

d. Tấm phẳng quay quanh một trục cố định vuông góc với tấm

Tấm phẳng quay quanh trục cố định z, trục Oz đi qua O và vuông góc với tấm. Trục z là trục quán tính chính.

$$\vec{R}_O^{qt} = -M\vec{a}_C, \quad \overline{M}_O^{qt} = -J_O\bar{\varepsilon} \; (\Leftrightarrow \overline{M}_z^{qt} = -J_z\bar{\varepsilon})$$

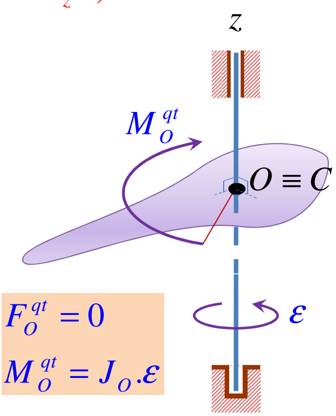


$F_\tau^{qt} = m.a_\tau$

$F_n^{qt} = m.a_n$

$M_O^{qt} = J_O.\varepsilon$

(z là trục quán tính chính)



$F_O^{qt} = 0$

$M_O^{qt} = J_O.\varepsilon$

(z là trục quán tính chính trung tâm)

§2. Nguyên lý D'Alembert

Nguyên lý D'Alembert cho phép chúng ta giải các bài toán động lực học bằng cách thiết lập các phương trình chuyển động của hệ dạng các phương trình cân bằng quen thuộc. Đó chính là nội dung của phương pháp tĩnh động lực học.

1. Đối với chất điểm

Tại mỗi thời điểm nếu đặt thêm vào chất điểm lực quán tính của nó ta được một hệ lực cân bằng gồm lực chủ động, lực liên kết và lực quán tính của chất điểm.

Cho: $\vec{F}$ *là lực chủ động*

$\vec{N}$ *là lực liên kết*

$\vec{F}^{qt}$ *là lực quán tính*

Theo nguyên lý: $(\vec{F}, \vec{N}, \vec{F}^{qt}) \sim 0$

2. Đối với cơ hệ

Tại mỗi thời điểm, nếu đặt thêm vào mỗi chất điểm của hệ các lực quán tính tương ứng thì cùng với các ngoại lực và nội lực thực sự tác dụng lên hệ. Ta sẽ được một hệ cân bằng.

Cho: $\left\{\vec{F}_k^e\right\}$ *là ngoại lực*

$\left\{\vec{F}_k^i\right\}$ *là nội lực.* (Bằng 0 đối với hệ vật rắn tuyệt đối cứng)

$\left\{\vec{F}_k^{qt}\right\}$ *là quán tính*

Theo nguyên lý: $(\left\{\vec{F}_k^e\right\}, \left\{\vec{F}_k^i\right\}, \left\{\vec{F}_k^{qt}\right\}) \sim 0$ 11.9

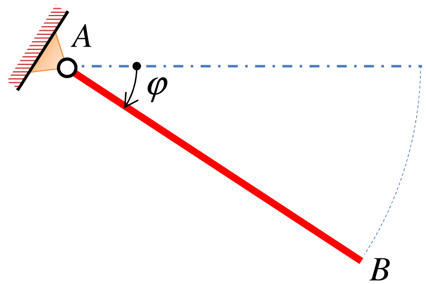
3. Lưu ý khi vận dụng Nguyên lý

Theo nguyên lý: $(\left\{\vec{F}_k^e\right\}, \left\{\vec{F}_k^i\right\}, \left\{\vec{F}_k^{qt}\right\}) \sim 0$

- *Công thức trên đúng với mọi thời điểm, nên xét tại thời điểm nào thì các đại lượng trong công thức xác lập tại thời điểm đó.*
- *Hệ lực trên là cân bằng nên ta có thể thực hiện viết các phương trình cân bằng theo lý thuyết lực.*
- *Do hệ lực trên là cân bằng tại thời điểm bất kỳ nên công của hệ lực trên gây ra trên chuyển vị bé tại thời điểm bất kỳ đó cũng bằng 0.*

Bài tập 11.1- xem bài 10.25

Thanh thẳng mảnh *AB* có chiều dài *l*, trọng lượng *P*. Lúc đầu người ta giữ thanh đứng yên nằm ngang, rồi thả cho thanh chuyển động quay tự do không vận tốc đầu trong mặt phẳng thẳng đứng dưới tác dụng của trọng lượng của nó. Tính phản lực liên kết tại A khi thanh chuyển động.

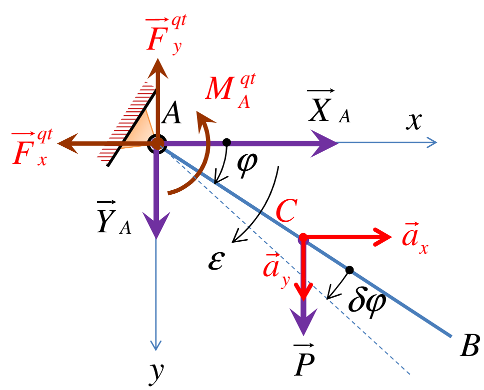


Bài giải:

Xét thời điểm tổng quát t, khi thanh AB quay được góc là φ.

*** Tính gia tốc góc của thanh AB khi xoay góc φ.**

$$\begin{cases} a_x = -\dfrac{l}{2}\left(\omega^2\cos\varphi + \varepsilon.\sin\varphi\right) \\ a_y = \dfrac{l}{2}\left(-\omega^2\sin\varphi + \varepsilon.\cos\varphi\right) \end{cases}$$



Ta có:

$$(\overline{M}_A^{qt}, \vec{F}_y^{qt}, \vec{F}_x^{qt}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{P}) \sim 0$$

$$\Rightarrow -M_A^{qt}.\delta\varphi + P.\frac{l}{2}\left[\sin(\varphi+\delta\varphi) - \sin\varphi\right] = 0$$

$$\xrightarrow{Taylor\ -\ Maclaurin} -M_A^{qt}.\delta\varphi + P.\frac{l}{2}\left[\sin\varphi + \cos\varphi.\delta\varphi - \sin\varphi\right] = 0$$

$$\Rightarrow -M_A^{qt}.\delta\varphi + P.\frac{l}{2}\cos\varphi.\delta\varphi = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}\frac{P}{g}l^2.\varepsilon.\delta\varphi + P.\frac{l}{2}\cos\varphi.\delta\varphi = 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{3g}{2l}\cos\varphi$$

* Tính vận tốc góc của thanh AB khi xoay góc φ.

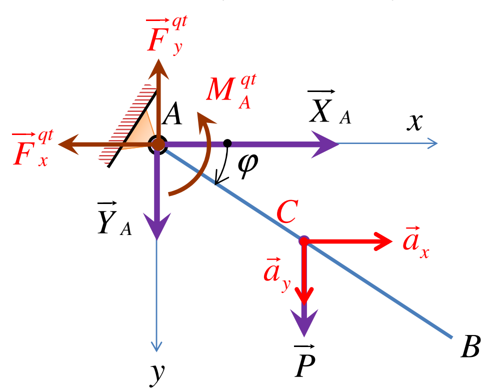
$$\varepsilon = \frac{3g}{2l}\cos\varphi \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{3g}{2l}\cos\varphi \Rightarrow \frac{d\omega}{dt}d\varphi = \frac{3g}{2l}\cos\varphi d\varphi$$

$$\Rightarrow \omega d\omega = \frac{3g}{2l}\cos\varphi d\varphi$$

$$\Rightarrow \int_0^\omega \omega d\omega = \frac{3g}{2l}\int_0^\varphi \cos\varphi d\varphi$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{3g}{2l}\sin\varphi \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{2l}\sin\varphi}$$

*** Tính phản lực liên kết tại A khi thanh AB khi xoay góc φ.**



$$(\vec{Y}_A, \vec{X}_A, \vec{P}, \overline{M}_A^{qt}, \vec{F}_x^{qt}, \vec{F}_y^{qt}) \sim 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sum X = 0 \\ \sum Y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_A = F_x^{qt} \\ Y_A = F_y^{qt} - P \end{cases}$$

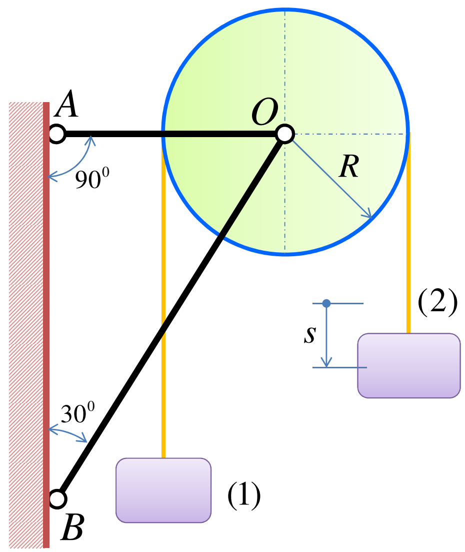
$$\Rightarrow \begin{cases} X_A = -\dfrac{Pl}{2g}\left(\omega^2\cos\varphi + \varepsilon.\sin\varphi\right) \\ Y_A = \dfrac{Pl}{2g}\left(-\omega^2\sin\varphi + \varepsilon.\cos\varphi\right) - P \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_A = -\dfrac{9P}{8}\sin 2\varphi \\ Y_A = -\dfrac{P}{4}\left(9\sin^2\varphi + 1\right) < 0 \end{cases}$$

Bài tập 11.2 – xem 10.9

Cho đĩa tròn có bán kính R, trọng lượng P có thể quay quanh trục ngang tại khớp O. Hai vật có trọng lượng là Q_1, Q_2 ($Q_2 > Q_1$) được buộc vào hai đầu dây quấn trên biên đĩa tròn. Dây không trọng lượng, không giãn, khi chuyển động không trượt đối với đĩa tròn. Cho hệ chuyển động từ trạng thái đứng yên. Khi vật (2) đi được quãng đường s, yêu cầu:

1. Xác định gia tốc của các vật
2. Tìm phản lực liên kết của đĩa tại trục quay.
3. Lực căng trong các nhánh dây



1. Tìm gia tốc khi vật (2) chuyển động xuống đoạn s

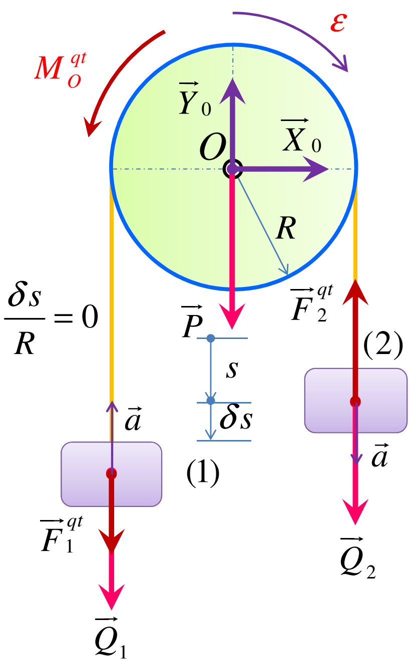
$$(\vec{Y}_O,\vec{X}_O,\vec{P},\vec{Q}_1,\vec{Q}_2,\vec{F}_1^{qt},\vec{F}_2^{qt},\overline{M}_O^{qt})\sim 0$$

* Công do hệ lực trên thực hiện trên mọi chuyển vị đều bằng không, nên:

$$(Q_2-F_2^{qt})\delta s-(Q_1+F_1^{qt})\delta s-M_O^{qt}.\frac{\delta s}{R}=0$$

$$\Rightarrow Q_2(1-\frac{a}{g})\delta s-Q_1(1+\frac{a}{g})\delta s-(\frac{P}{2g}R^2\frac{a}{R}).\frac{\delta s}{R}=0$$

$$\Rightarrow a=2\frac{Q_2-Q_1}{2Q_2+2Q_1+P}g$$

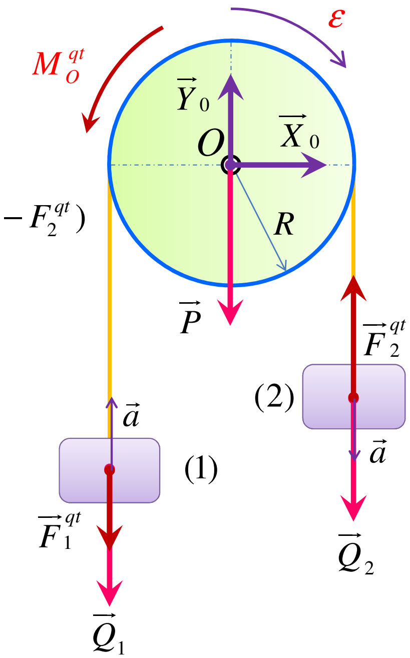


2. Tính phản lực liên kết tại O:

$$(\vec{Y}_O,\vec{X}_O,\vec{P},\vec{Q}_1,\vec{Q}_2,\vec{F}_1^{qt},\vec{F}_2^{qt},\overline{M}_O^{qt})\sim 0$$

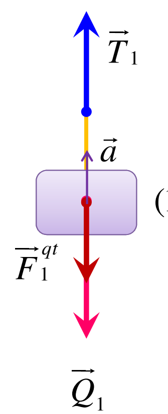
$$\Rightarrow \begin{cases}\sum X=0\\ \sum Y=0\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}X_0=0\\ Y_0=P+(Q_1+F_1^{qt})+(Q_2-F_2^{qt})\end{cases}$$

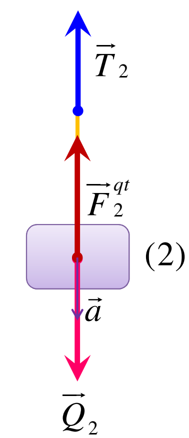
$$\Rightarrow \begin{cases}X_0=0\\ Y_0=Q_1(1+\frac{a}{g})+Q_2(1-\frac{a}{g})+P\end{cases}$$



3. Lực căng dây:

$$(\vec{Q}_1,\vec{F}_1^{qt},\vec{T}_1)\sim 0\Rightarrow T_1=Q_1+F_1^{qt}=Q_1(1+\frac{a}{g})$$

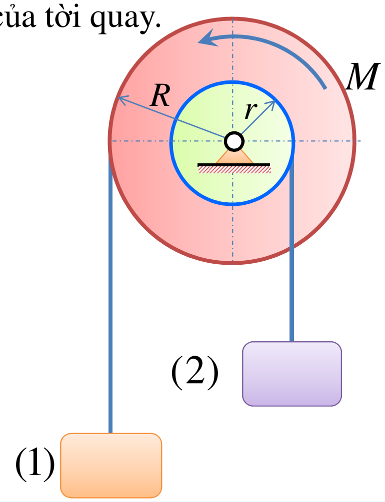




$$(\vec{Q}_2,\vec{F}_2^{qt},\vec{T}_2)\sim 0\Rightarrow T_2=Q_2-F_2^{qt}=Q_2(1-\frac{a}{g})$$

Bài tập 11.3

Vật nặng (1) có trọng lượng P_1 = P và vật nặng (2) có trọng lượng P_2 = 2P được buộc vào hai dây cuốn vào hai tang của một tời bán kính r và R =2r. Để nâng vật nặng P_2 lên, ta tác dụng mômen M lên tời. Biết trọng lượng tời là Q = 4P, bán kính quán tính là ρ = 1,5r. Xác định gia tốc của tời quay.



* Xét thời điểm vật (2) chuyển động quãng đường s, gia tốc của nó là *a*.

$$a_A = a, a_B = 2a, \varepsilon = \frac{a}{r}$$

Các tải trọng và phản lực liên kết:

$$\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{Q}, M, \vec{X}_O, \vec{Y}_O$$

Các lực quán tính:

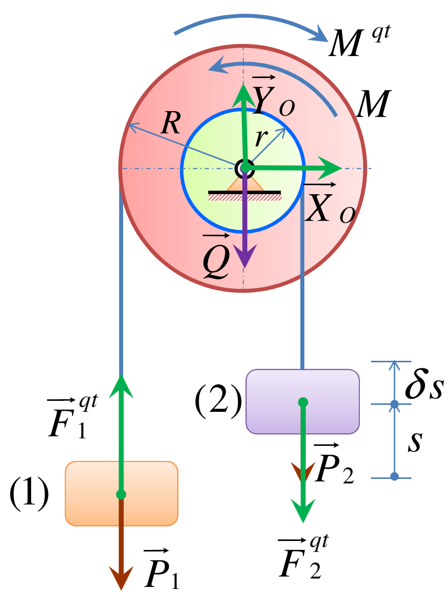
$$F_1^{qt} = \frac{P_1}{g}a_A = \frac{P_1}{g}R\varepsilon = 2\frac{P}{g}r\varepsilon$$

$$F_2^{qt} = \frac{P_2}{g}a_B = \frac{P_2}{g}\varepsilon r = 2\frac{P}{g}\varepsilon r$$

$$M^{qt} = \frac{Q}{g}\rho^2\varepsilon = 9\frac{P}{g}r^2\varepsilon$$

Ta có:

$$\delta\varphi = \frac{\delta s}{r}, \delta s_2 = \delta s = r\delta\varphi,\ \ \delta s_1 = 2\delta s = 2r\delta\varphi$$



Ta có: $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{Q}, M, \vec{X}_O, \vec{Y}_O, \vec{F}_1^{qt}, \vec{F}_2^{qt}, \overline{M}^{qt}) \sim 0$

Công hệ lực trên sinh ra trên quãng đường bất kỳ bằng 0, nên:

$$\sum\delta(A_k) = (M - M^{qt}).\delta\varphi + (P_1 - F_1^{qt})\delta s_1 - (F_2^{qt} + P_2)\delta s_2 = 0$$

$$\Rightarrow (M - M^{qt})\delta\varphi + 2r(P_1 - F_1^{qt})\delta\varphi - r(F_2^{qt} + P_2)\delta\varphi = 0$$

$$\Rightarrow \left[(M - M^{qt}) + 2r(P_1 - F_1^{qt}) - r(F_2^{qt} + P_2)\right]\delta\varphi = 0$$

$$\Rightarrow (M - M^{qt}) + 2r(P_1 - F_1^{qt}) - r(F_2^{qt} + P_2) = 0$$

$$\Rightarrow (M - \frac{4P}{g}\frac{9}{4}r^2\varepsilon) + 2r(P - \frac{P}{g}2a) - r(\frac{2P}{g}a + 2P) = 0$$

$$\Rightarrow Mg = 15P\varepsilon r^2 \Rightarrow \varepsilon = \frac{Mg}{15Pr^2}$$

Ta có: $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{Q}, M, \vec{X}_O, \vec{Y}_O, \vec{F}_1^{qt}, \vec{F}_2^{qt}, \overline{M}^{qt}) \sim 0$

Công hệ lực trên sinh ra trên quãng đường bất kỳ bằng 0, nên:

$$\sum\delta(A_k) = (M - M^{qt}).\delta\varphi + (P_1 - F_1^{qt})\delta s_1 - (F_2^{qt} + P_2)\delta s_2 = 0$$

$$\Rightarrow (M - M^{qt})\delta\varphi + 2r(P_1 - F_1^{qt})\delta\varphi - r(F_2^{qt} + P_2)\delta\varphi = 0$$

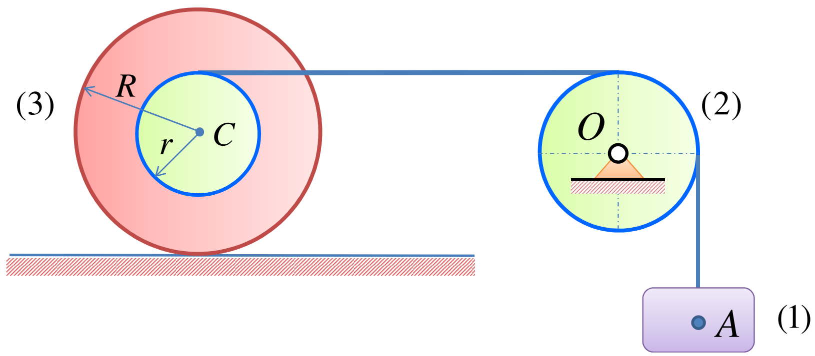
$$\Rightarrow \left[(M - M^{qt}) + 2r(P_1 - F_1^{qt}) - r(F_2^{qt} + P_2)\right]\delta\varphi = 0$$

$$\Rightarrow (M - M^{qt}) + 2r(P_1 - F_1^{qt}) - r(F_2^{qt} + P_2) = 0$$

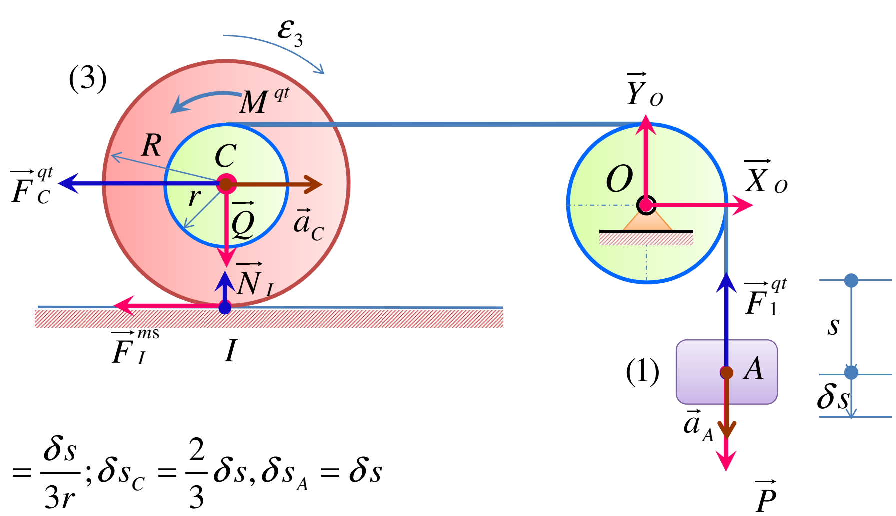
$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{Mg}{15Pr^2}$$

Bài tập 11.4

Cho cơ cấu như hình vẽ. Vật (1) có trọng lượng P. Trọng lượng của vật (3) là Q = 4P, bán kính quán tính đối với trục quay Cz là 1,5r. Vật 2 có trọng lượng không đáng kể. Tìm gia tốc của vật (1) khi nó hạ xuống. Biết R = 2r.



* Quan hệ về chuyển vị, gia tốc:



$$\delta\varphi_3 = \frac{\delta s}{3r}; \delta s_C = \frac{2}{3}\delta s, \delta s_A = \delta s$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_A}{3r}; a_C = \frac{2}{3}a_A$$

* Ta có: $(\vec{F}_1^{qt}, \vec{P}, \vec{Q}, \vec{F}_C^{qt}, \vec{M}_C^{qt}, \vec{F}_I^{ms}, \vec{N}_I, \vec{X}_O, \vec{Y}_O) \sim 0$

$$F_A^{qt} = \frac{P}{g}a_A$$

$$F_C^{qt} = \frac{Q}{g}a_C = \frac{8P}{3g}a_A$$

$$M^{qt} = J.\varepsilon = \frac{Q}{g}\rho^2\varepsilon = 3\frac{P}{g}ra_A$$

* Công của hệ lực cân bằng thực hiện khi vật (1) dịch chuyển δs từ s:

$$\sum \delta(A_k) = (P - F_1^{qt})\delta s - F_C^{qt}.\delta s_C - M^{qt}.\delta\varphi_3 = 0$$

$$\Rightarrow (P - F_1^{qt})\delta s - F_C^{qt}.\frac{2}{3}\delta s - M^{qt}.\frac{\delta s}{3r} = 0$$

$$\Rightarrow (P - F_1^{qt}) - F_C^{qt}.\frac{2}{3} - M^{qt}.\frac{1}{3r} = 0$$

$$\Rightarrow (P - \frac{P}{g}a_A) - \frac{8P}{3g}a_A.\frac{2}{3} - 3\frac{P}{g}ra_A.\frac{1}{3r} = 0 \Rightarrow a_A = \frac{9}{34}g$$

ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA
DANANG UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

§3. Nguyên lý di chuyển khả dĩ

Nguyên lý này còn được gọi là nguyên lý công ảo, dùng phương pháp động học để giải bài toán cân bằng.

1. Các khái niệm cơ bản về cơ hệ chịu liên kết

1.1. Di chuyển khả dĩ: Độ dời vô cùng bé tưởng tượng thực hiện được mà không phá vỡ liên kết của cơ hệ.

* Các di chuyển khả dĩ thường gặp:

$\delta\vec{r}(\delta x, \delta y, \delta z)$: *Di chuyển khả dĩ tổng quát*

δs: *Di chuyển dài khả dĩ*

$\delta\varphi$: *Di chuyển góc khả dĩ*

1.2. Số bậc tự do của cơ hệ: bằng số di chuyển khả dĩ độc lập của nó.

\+ Vật chuyển động tịnh tiến thẳng có một di chuyển khả dĩ là δs → bậc tự do là 1.

\+ Vật chuyển động tịnh tiến phẳng có hai di chuyển khả dĩ độc lập theo hai phương → bậc tự do là 2.

\+ Vật chuyển động quay quanh một trục cố định có một di chuyển khả dĩ δφ → bậc tự do là 1.

\+ Vật chuyển động song phẳng có ba di chuyển khả dĩ độc lập. Trong đó có hai di chuyển khả dĩ của điểm cực, một di chuyển khả dĩ của vật quay quanh cực đó → bậc tự do là 3.

*** Cách xác định số bậc tự do:**

Nếu cản trở n di chuyển khả dĩ độc lập mà mọi điểm thuộc hệ **mới đứng yên** thì hệ có đúng n bậc tự do.

1.3. Tọa độ suy rộng:

Là các thông số định vị đúng bằng số bậc tự do hoàn toàn xác định được vị trí của cơ hệ gọi là tọa độ suy rộng.
Ký hiệu tọa độ suy rộng: $\{q\} = (q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n)$.

1.4. Công khả dĩ:

$$\delta A = \vec{F}.\delta\vec{r}$$

1.5. Lực suy rộng:

Xét hệ gồm m chất điểm chịu tác dụng của hệ lực $\{\vec{F}_k\}$. Cho hệ gồm n bậc tự do được xác định bởi tọa độ suy rộng $\{q\} = (q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n)$.

Công khả dĩ của hệ lực tác dụng lên cơ hệ:

$$\delta A = \sum_k \vec{F}_k.\delta\vec{r}_k \qquad \boxed{11.10}$$

\+ Công khả dĩ tính trong tọa độ Descartes

$$\delta A = \sum F_{kx}.\delta r_{kx} + \sum F_{ky}.\delta r_{ky} + \sum F_{kz}.\delta r_{kz} \qquad \boxed{11.11}$$

\+ Công khả dĩ tính trong tọa độ suy rộng

Ta có: $\vec{r}_k = \vec{r}_k(q_1, q_2, \ldots, q_n) \Rightarrow \delta\vec{r}_k = \sum_i^n \frac{\partial\vec{r}_k}{\partial q_i}\delta q_i$ ***(Khai triển M-L)***

Nên: $\delta A = \sum_k \vec{F}_k \sum_i^n \frac{\partial\vec{r}_k}{\partial q_i}\delta q_i = \sum_i \left(\sum_k \vec{F}_k.\frac{\partial\vec{r}_k}{\partial q_i}\right)\delta q_i$

Đặt: $Q_i = \sum_k \vec{F}_k \frac{\partial\vec{r}_k}{\partial q_i}$ gọi là lực suy rộng. $\boxed{11.12}$

Do đó: $\delta A = \sum_{i=1}^n Q_i\delta q_i = Q_1\delta q_1 + Q_2\delta q_2 + \ldots + Q_n\delta q_n$ $\boxed{11.13}$

* Cách tính lực suy rộng: Để tính lực suy rộng Q_i nào đó ta truyền cho hệ một di chuyển khả dĩ độc lập sao cho tọa độ suy rộng q_i có số gia $\delta q_i \neq 0$, còn các tọa độ khác $\delta q_i = 0$ với $j \neq i$. Tính tổng công δA của các lực trên di chuyển khả dĩ. Lực suy rộng Q_i được tính bởi công thức:

$$Q_i = \frac{\delta A}{\delta q_i} \tag{11.14}$$

1.6. Liên kết lý tưởng:

Ta đã gặp những loại liên kết mà tổng công của các lực liên kết sinh ra trên các độ dời phân tố của hệ triệt tiêu. Hay nói cách khác các liên kết này không ảnh hưởng đến biến thiên động năng của hệ trong quá trình chuyển động. Ta đưa ra khái niệm cơ hệ lý tưởng. Ta có định nghĩa sau:

Các liên kết của hệ sẽ được gọi là lý tưởng nếu tổng công nguyên tố của các lực liên kết trên mọi di chuyển khả dĩ của hệ đều bằng không.

Xét hệ lý tưởng với:

+ Lực tác dụng lên hệ gồm các lực hoạt động: $\vec{F}_k$

+ Các phản lực liên kết: $\vec{N}_k$

$$\sum \delta A(\vec{N}_k) = \sum_k \vec{N}_k . \delta \vec{r}_k = 0 \tag{11.15}$$

Các liên kết thường gặp sau đây là liên kết lý tưởng:

- Liên kết tựa không ma sát
- Liên kết lăn không trượt trên mặt cong nhám
- Liên kết bản lề không ma sát
- Liên kết dây mềm không giãn
- Liên kết thanh
...

2. Nguyên lý di chuyển khả dĩ

2.1. Nguyên lý: Điều kiện cần và đủ để cho cơ hệ chịu liên kết lý tưởng được cân bằng là tổng công nguyên tố của tất cả các lực chủ động tác dụng lên hệ trong mọi di chuyển khả dĩ của hệ phải bằng không.

Xét hệ lý tưởng với:

+ Lực tác dụng lên hệ gồm các lực hoạt động: $\vec{F}_k$

+ Các phản lực liên kết: $\vec{N}_k$

Theo nguyên lý di chuyển khả dĩ: $\sum \delta A(\vec{F}_k) = \sum_k \vec{F}_k . \delta \vec{r}_k = 0$ (11.16)

Chứng minh: ***1. Điều kiện cần***

$$\vec{N}_k + \vec{F}_k = 0 \Rightarrow \left(\vec{N}_k + \vec{F}_k\right)\delta \vec{r}_k = 0$$

$$\Rightarrow \vec{N}_k \delta \vec{r}_k + \vec{F}_k \delta \vec{r}_k = 0$$

$$\Rightarrow \delta A(\vec{N}_k) + \delta A(\vec{F}_k) = 0$$

$$\Rightarrow \quad 0 \quad + \delta A(\vec{F}_k) = 0$$

Toàn hệ

$$\sum \delta A(\vec{F}_k) = 0$$

2. Điều kiện đủ: *chứng minh hệ phải cân bằng*

Lúc đầu hệ đứng yên và thỏa mãn điều kiện cần. Giả sử tại thời điểm nào đó hệ chuyển động, theo định lý động năng thì:

$$dT = dA(\vec{F}_k) + dA(\vec{N}_k) > 0 \quad (*)$$

Mà $dA(\vec{N}_k) = 0$ và $dA(\vec{F}_k) = 0$ nên (*) không đúng. ***Vậy hệ luôn đứng yên.***

2.2. Các phương trình cân bằng:

Xét hệ lý tưởng với các lực hoạt động $\vec{F}_k$

+ Phương trình cân bằng dạng tọa độ Descartes

$$\sum \delta A(\vec{F}_k) = 0 \Rightarrow \sum F_{kx}.\delta r_{kx} + \sum F_{ky}.\delta r_{ky} + \sum F_{kz}.\delta r_{kz} = 0$$

+ Phương trình cân bằng dạng tọa độ suy rộng (11.17)

$$\sum \delta A(\vec{F}_k) = 0 \Rightarrow Q_1\delta q_1 + Q_2\delta q_2 + ... + Q_n\delta q_n = 0$$

Khi các δq_i độc lập nhau thì: $\begin{cases} Q_1 = 0 \\ Q_2 = 0 \\ ... \\ Q_n = 0 \end{cases}$ (11.18)

3. Áp dụng

3.1. Các dạng toán thường gặp:

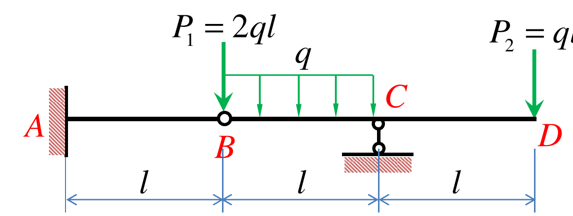
- Tìm điều kiện cân bằng của cơ hệ có một hoặc nhiều bậc tự do
- Xác định các phản lực liên kết của các hệ cơ học tĩnh định

3.2. Các bước tiến hành:

- Chọn bậc tự do của đối tượng khảo sát và cho di chuyển khả dĩ
- Chọn bậc tự do của đối tượng khảo sát và cho di chuyển khả dĩ
- Tính và triệt tiêu tổng công các lực hoạt động trong di chuyển khả dĩ. Từ đó rút ra những phương trình tìm điều kiện cân bằng của cơ hệ. (Với hệ cơ học **tĩnh định cân bằng**, giải phóng phản lực liên kết cần tìm và xem nó như lực hoạt động)

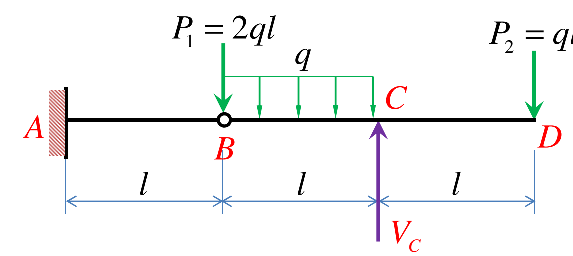
Bài tập 11.5

Cho hệ dầm chịu liên kết và chịu lực như hình vẽ. Bỏ qua ma sát, tìm phản lực ở gối C và ngàm A.



1. Tìm phản lực liên kết gối tại C:

- Giải phóng liên kết tại gối C → phản lực V_C



- Gây di chuyển khả dĩ của dầm BCD – xoay tại B góc $\delta\varphi$