



## PHẦN III

# ĐỘNG LỰC HỌC

*Động lực học nghiên cứu các quy luật chuyển động cơ học của các vật thể dưới tác dụng của lực.*

## Chương 8

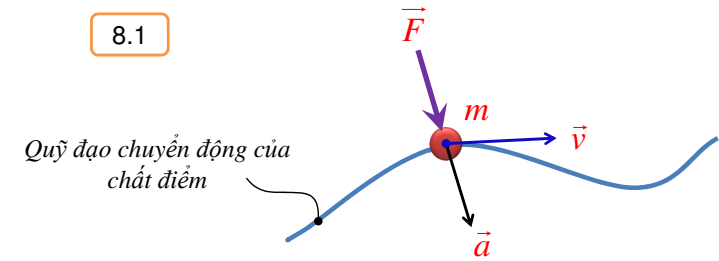
## ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

## 1. Định luật 1 (Định luật cơ bản của động lực học)

Dưới tác dụng của lực, chất điểm sẽ chuyển động với gia tốc cùng giá cùng chiều với lực tác dụng.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

8.1



Với:

$m$  là khối lượng của chất điểm – độ đo quán tính.

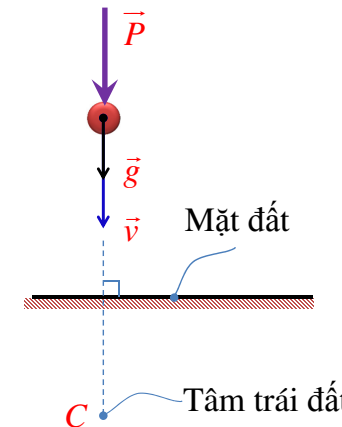
$\vec{F}, \vec{a}, \vec{v}$  cùng thuộc mặt phẳng tiếp của quỹ đạo tại vị trí chất điểm

## §1. Các định luật Newton

\* Nếu lực là trọng lượng, thì  $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

8.2

Trong đó:  $g$  là gia tốc trọng trường.

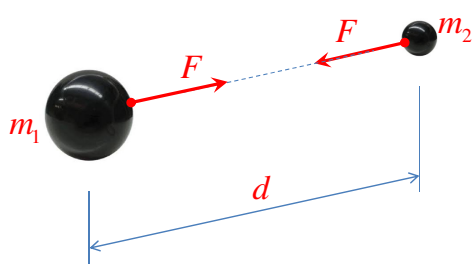


Khối lượng  $m$  quan hệ với trọng lượng  $P$ :

$$P = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{P}{g}$$

8.3

### Tham khảo cách tính gia tốc trọng trường g



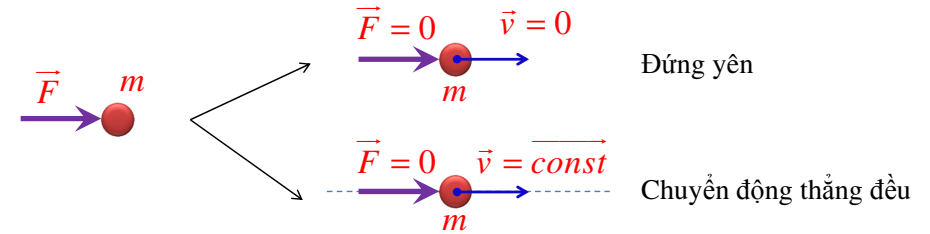
$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

G: hằng số hấp dẫn

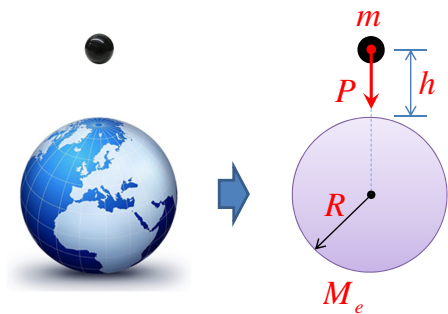
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} (N \cdot m^2 / kg^2)$$

### 2. Định luật 2 (Định luật quán tính)

Chất điểm có khối lượng  $m$  không chịu tác dụng của lực nào sẽ đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.



- Trạng thái đứng yên hay chuyển động thẳng đều của chất điểm được gọi là chuyển động theo quán tính.
- Hệ quy chiếu trong đó thỏa mãn định luật quán tính gọi là hệ quy chiếu quán tính.



\* Khi  $h \ll R$  thì:

$$P = G \frac{M_e \cdot m}{R^2} = g \cdot m$$

$$\text{Với: } g = G \frac{M_e}{R^2}$$

$M_e$ : Khối lượng trái đất

$R$ : Bán kính trái đất

\* Giá trị gia tốc trọng trường g:

$$M_e = 5,9722 \cdot 10^{24} (kg)$$

$$R = 6.371 (km)$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} (N \cdot m^2 / kg^2)$$

$$\text{Do đó: } g = 9,81 (m / s^2)$$

### 3. Định luật 3 (Định luật về tính độc lập tác dụng của lực)

Dưới tác dụng đồng thời của một số lực, chất điểm có gia tốc bằng tổng hình học các gia tốc mà chất điểm có được khi từng lực tác dụng riêng biệt.

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n$$

8.4

$\vec{a}_k$  ( $k = \overline{1, n}$ ) là gia tốc do lực  $\vec{F}_k$  gây ra.

Nhân m vào hai vế, ta có:

$$m\vec{a} = m\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + \dots + m\vec{a}_n$$

$$\Leftrightarrow m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

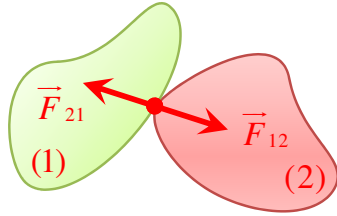
$$\Leftrightarrow m\vec{a} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k$$

8.5

#### 4. Định luật 4 (Định luật về tác dụng và phản tác dụng)

Hai lực mà hai chất điểm tác dụng lên nhau bằng nhau về trị số, cùng đường tác dụng nhưng ngược chiều.

**Chú ý:** Các lực tác dụng tương hỗ này không tạo thành một hệ lực cân bằng vì chúng đặt vào hai chất điểm khác nhau.



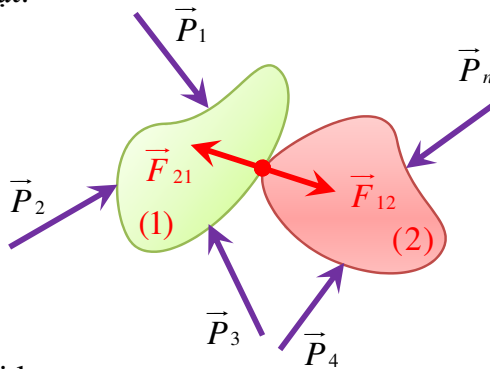
Xét vật (1):

$\vec{F}_{12}$  : lực tác dụng

$\vec{F}_{21}$  : lực phản tác dụng

## §2. Phương trình vi phân của chuyển động điểm

Xét hệ vật:



Phân loại lực:

Ngoại lực  $\vec{F}_k^e$  : các vật ngoài tác dụng lên hệ vật

$$\vec{F}_k^e \sim (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n)$$

Nội lực  $\vec{F}_k^i$  : các vật bên trong hệ tương tác nhau

$$\vec{F}_k^i \sim (\vec{F}_{12}, \vec{F}_{21}) \sim 0$$

### 1. Dạng véc tơ

Xét chuyển động của chất điểm chịu tác dụng bởi  $\sum_{k=1}^n \vec{F}_k$ :

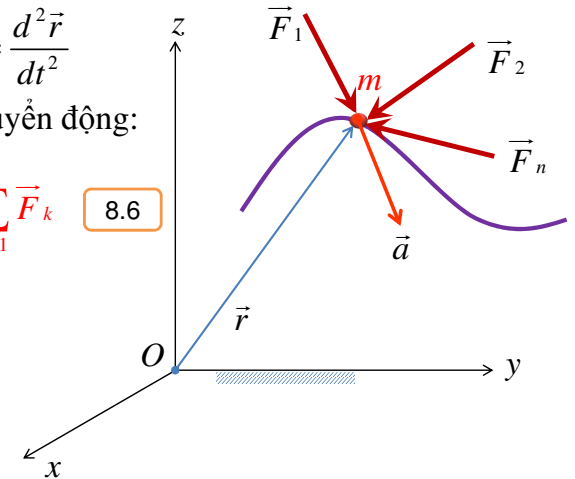
Véc tơ định vị:  $\vec{r} = \vec{r}(t)$

Gia tốc chuyển động:  $\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$

Phương trình vi phân của chuyển động:

$$m \ddot{\vec{r}} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k \Leftrightarrow m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k \quad (8.6)$$

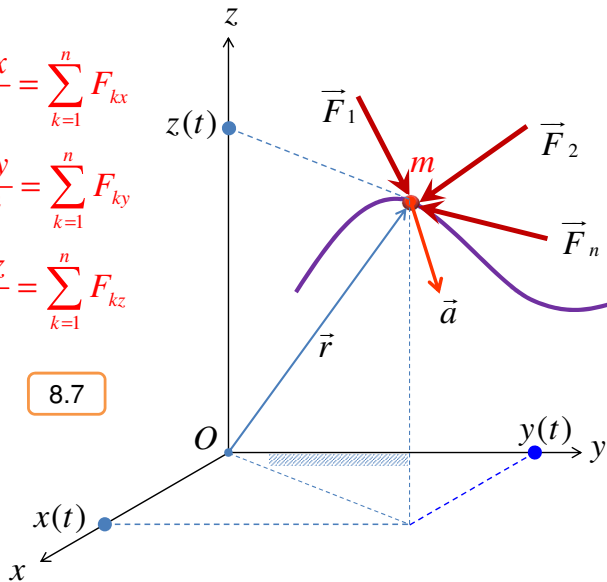
Lưu ý:  $\vec{F}_k = \vec{F}_k(t, \vec{r}, \dot{\vec{r}})$



## 2. Dạng tọa độ Descartes:

Chiếu phương trình 8.6 lên các trục của hệ trục tọa độ

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \sum_{k=1}^n F_{kx} \\ m\ddot{y} = \sum_{k=1}^n F_{ky} \\ m\ddot{z} = \sum_{k=1}^n F_{kz} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \frac{d^2x}{dt^2} = \sum_{k=1}^n F_{kx} \\ m \frac{d^2y}{dt^2} = \sum_{k=1}^n F_{ky} \\ m \frac{d^2z}{dt^2} = \sum_{k=1}^n F_{kz} \end{cases}$$

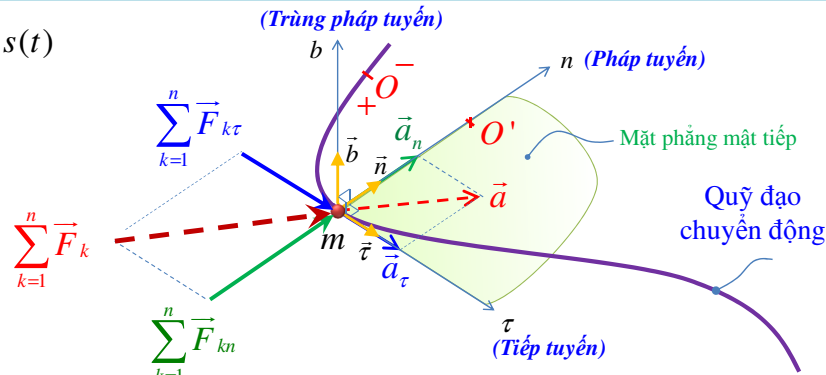


8.7

## §3. Hai bài toán cơ bản của động lực học

## 3. Dạng tọa độ tự nhiên:

Định vị  $s = s(t)$



$$\begin{cases} m\bar{a}_\tau = \sum_{k=1}^n F_{k\tau} \\ m\bar{a}_n = \sum_{k=1}^n F_{kn} \\ m\bar{a}_b = \sum_{k=1}^n F_{kb} \end{cases} \quad \forall i \begin{cases} \bar{a}_\tau = \ddot{s}, \\ \bar{a}_n = \frac{\dot{s}^2}{\rho} \\ \bar{a}_b = 0 \end{cases} \quad \text{nên} \begin{cases} m\ddot{s} = \sum_{k=1}^n F_{k\tau} \\ m \frac{\dot{s}^2}{\rho} = \sum_{k=1}^n F_{kn} \\ 0 = \sum_{k=1}^n F_{kb} \end{cases}$$

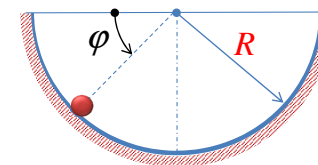
8.8

## 1. Bài toán thuận – Bài toán tìm lực

Biết chuyển động của chất điểm  $(\vec{r}, \vec{v}, \vec{a})$ , tìm lực tác dụng lên chất điểm.

\* **Cách giải quyết:** Phép đạo hàm

**Ví dụ:** Cho chất điểm khối lượng  $m$ , chuyển động trên đường cong phẳng. Tìm phản lực theo  $\varphi$ , biết  $\varphi = \varphi(t)$ ,  $\varphi(0) = 0$ ,  $\dot{\varphi}(0) = 0$ .



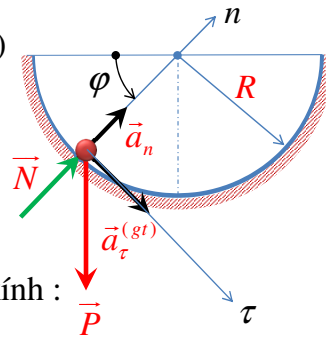
### Bài giải:

+ Phân tích lực tác dụng lên chất điểm ( $\vec{P}, \vec{N}$ )

+ Viết phương trình vi phân chuyển động

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N} \quad (1)$$

$$\Rightarrow m(\vec{a}_n + \vec{a}_\tau) = \vec{P} + \vec{N}$$



Chiếu (1) lên các phương tiếp tuyến và bán kính :

$$\begin{cases} m\vec{a}_\tau = P \cdot \cos \varphi = mg \cdot \cos \varphi \\ m\vec{a}_n = N - P \cdot \sin \varphi = N - mg \cdot \sin \varphi \end{cases}$$

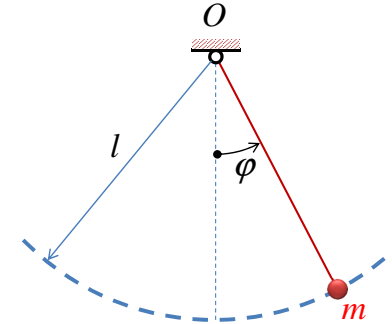
Mà  $\begin{cases} \vec{a}_\tau = R \cdot \ddot{\varphi} \\ \vec{a}_n = R \cdot \dot{\varphi}^2 \end{cases}$  nên  $\begin{cases} mR \cdot \ddot{\varphi} = mg \cdot \cos \varphi & (a) \\ mR \cdot \dot{\varphi}^2 = N - mg \cdot \sin \varphi & (b) \end{cases}$

## 2. Bài toán ngược – tìm chuyển động

Biết lực tác dụng lên chất điểm, tìm chuyển động ( $\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}$ ).

\* **Cách giải quyết:** Giải phương trình vi phân chuyển động.

**Ví dụ:** Cho con lắc đơn dao động bé như hình vẽ. Tìm phương trình chuyển động của con lắc. Biết thời điểm khi  $t = 0, \varphi(0) = \varphi_0, v(0) = v_0$ .



Giải phương trình (a):

$$mR \cdot \ddot{\varphi} = mg \cdot \cos \varphi \Rightarrow \ddot{\varphi} = \frac{g}{R} \cdot \cos \varphi$$

$$\Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{g}{R} \cdot \cos \varphi \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} d\varphi = \frac{g}{R} \cdot \cos \varphi d\varphi$$

$$\Rightarrow \frac{d\varphi}{dt} d\omega = \frac{g}{R} \cdot \cos \varphi d\varphi \Rightarrow \omega d\omega = \frac{g}{R} \cdot \cos \varphi d\varphi$$

$$\Rightarrow \int \omega d\omega = \frac{g}{R} \int \cos \varphi d\varphi \Rightarrow \omega^2 = \frac{2g}{R} \sin \varphi + A$$

Với điều kiện biên  $\begin{cases} \varphi(0) = 0 \\ \dot{\varphi}(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow A = 0$ . Do đó:  $\dot{\varphi}^2 = \frac{2g}{R} \cdot \sin \varphi$

Giải phương trình (b):  $N = 3mg \cdot \sin \varphi$

\* Nếu bài toán yêu cầu viết mối quan hệ giữa  $\varphi$  và  $t$  – phương trình chuyển động thì:

$$\dot{\varphi}^2 = \frac{2g}{R} \cdot \sin \varphi \Rightarrow \dot{\varphi} = \sqrt{\frac{2g}{R} \cdot \sin \varphi} \Rightarrow \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{2g}{R} \cdot \sin \varphi} \Rightarrow dt = \frac{d\varphi}{\sqrt{\frac{2g}{R} \cdot \sin \varphi}} \Rightarrow \int_0^t dt = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{\frac{2g}{R} \cdot \sin \varphi}}$$

### Bài giải:

+ Phân tích lực tác dụng lên chất điểm ( $\vec{P}, \vec{T}$ )

+ Viết phương trình vi phân chuyển động

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T} \quad (1)$$

Chiếu (1) lên các phương tiếp tuyến:

$$m\vec{a}_\tau = -P \cdot \sin \varphi = -mg \cdot \sin \varphi$$

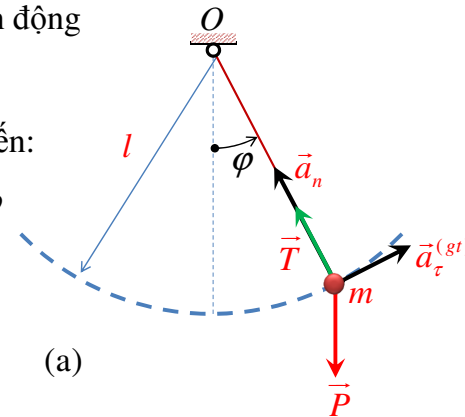
Mà  $\vec{a}_\tau = l \cdot \ddot{\varphi}$  và  $\sin \varphi \approx \varphi$  nên:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \cdot \varphi = 0 \Rightarrow \ddot{\varphi} + k^2 \cdot \varphi = 0 \quad (a)$$

Trong đó:  $k = \sqrt{\frac{g}{l}}$

Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân (a)

$$\varphi(t) = A \cdot \cos kt + B \cdot \sin kt$$



Xác định A, B từ điều kiện ban đầu của chuyển động:

$$\begin{cases} \varphi(0) = \varphi_0 & \text{(b)} \\ v(0) = v_0 & \text{(c)} \end{cases}$$

Giải điều kiện (b):  $\varphi(0) = \varphi_0 \Rightarrow A = \varphi_0$

Vận tốc của con lắc:  $v(t) = \omega(t).l = \dot{\varphi}(t).l = -klA.\sin kt + klB.\cos kt$

Giải điều kiện (c):  $v(0) = v_0 \Rightarrow Bkl = v_0 \Rightarrow B = v_0 / kl$

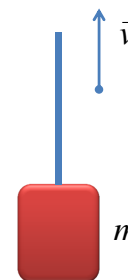
Vậy phương trình chuyển động của con lắc là:

$$\varphi(t) = \varphi_0.\cos kt + \frac{v_0}{kl}.\sin kt = \sqrt{(\varphi_0)^2 + \left(\frac{v_0}{kl}\right)^2}.\sin(kt + \gamma)$$

Với:  $\gamma = \arctan \frac{\varphi_0 kl}{v_0}$

## Bài 8.1

Kéo vật nặng có trọng lượng P đi lên theo phương thẳng đứng bởi một sợi dây mềm không trọng lượng với gia tốc là  $a = const$ . Hãy xác định lực căng trong dây. Xem vật như là chất điểm.



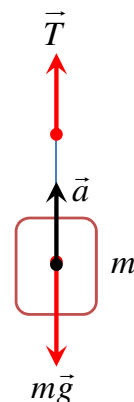
## BÀI TẬP CHƯƠNG 8 SINH VIÊN CẦN GIẢI QUYẾT

Hai bài toán cơ bản của động lực học

Kéo lên nhanh dần đều, gia tốc có chiều hướng lên

$$\begin{aligned} \vec{T} + m\vec{g} &= m\vec{a} \\ \Rightarrow T - mg &= ma \\ \Rightarrow T &= m(g + a) \end{aligned}$$

Kéo đều:  $a = 0$   
 $T = mg$



Kéo lên chậm dần đều, gia tốc có chiều hướng xuống

$$\begin{aligned} \vec{T} + m\vec{g} &= m\vec{a} \\ \Rightarrow T - mg &= -ma \\ \Rightarrow T &= m(g - a) \end{aligned}$$

