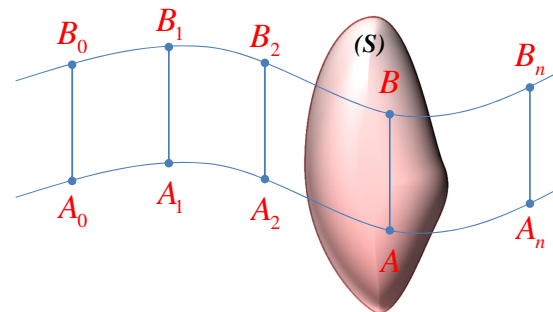


Chương 4

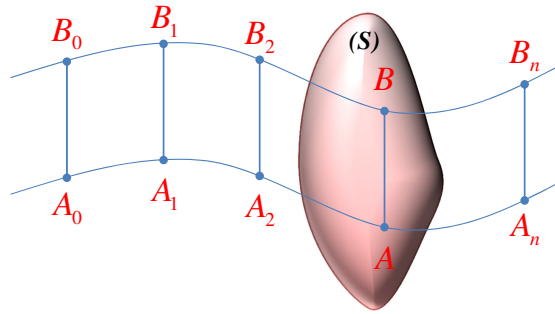
HAI CHUYỂN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA VẬT RẮN

§1. Chuyển động tịnh tiến



1. Định nghĩa

Chuyển động tịnh tiến của vật rắn là chuyển động trong đó mọi đoạn thẳng thuộc vật rắn luôn luôn không đổi phương.

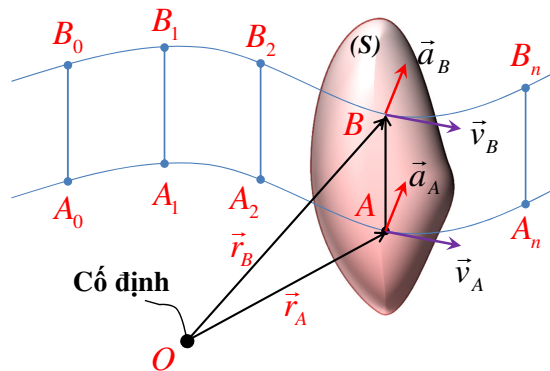


$$\forall A, B \in (S) \Rightarrow AB \parallel A_0B_0 \parallel A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel \dots \parallel A_nB_n$$

2. Tính chất chuyển động tịnh tiến

Trong chuyển động tịnh tiến, các điểm thuộc vật rắn chuyển động giống hệt nhau.

Xét 2 điểm A, B bất kỳ thuộc vật chuyển động tịnh tiến: $\overline{AB} = \text{const}$



* Về quỹ đạo:

Ta có: $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \overline{AB}$ 4.1a

- Tịnh tiến quỹ đạo của A theo véc tơ \overline{AB} thu được quỹ đạo của B.
- Quỹ đạo của tất cả mọi điểm có thể chồng khít lên nhau.

* Về vận tốc và gia tốc:

Ta có: $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \overline{AB} \Rightarrow \frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d\overline{AB}}{dt} \Rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_A + \frac{d\overline{AB}}{dt}$

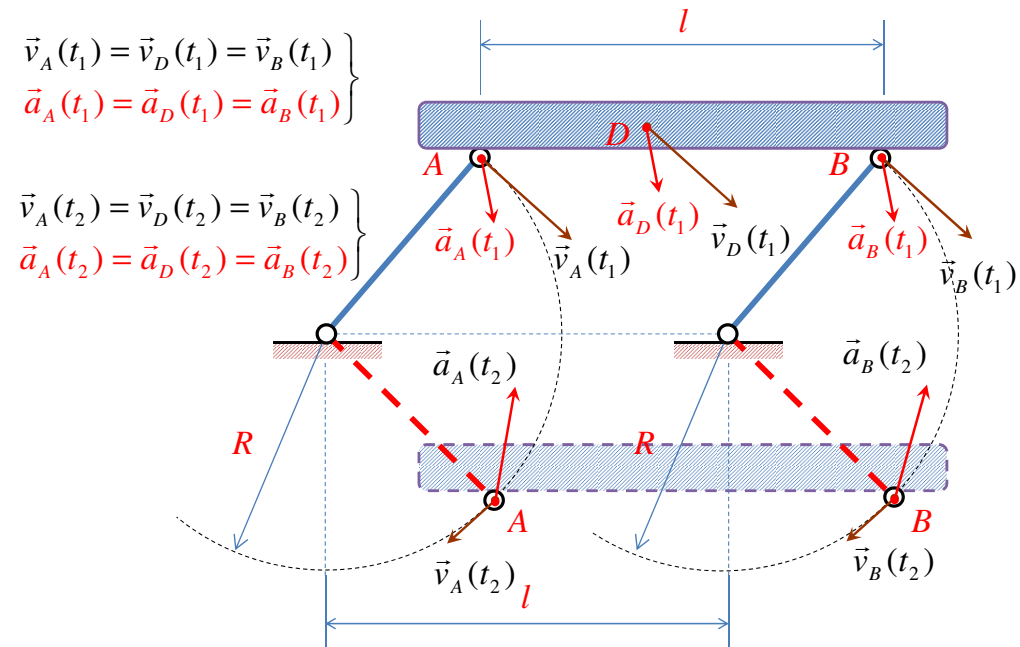
Mà $\frac{d\overline{AB}}{dt} = 0$ nên $\vec{v}_B = \vec{v}_A$ 4.1b

Lại có: $\frac{d\vec{v}_B}{dt} = \frac{d\vec{v}_A}{dt} \Rightarrow \vec{a}_B = \vec{a}_A$ 4.1c

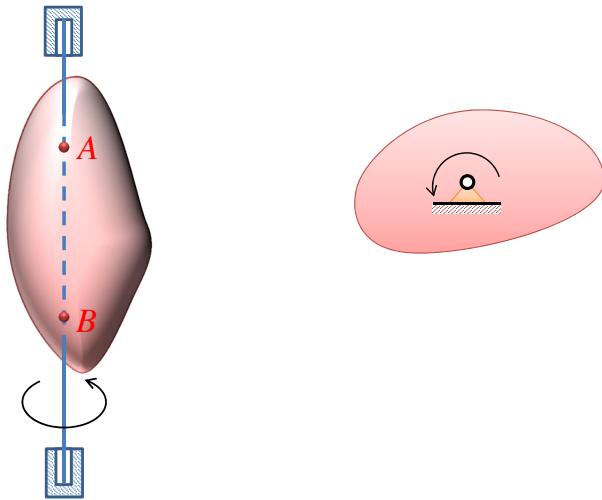
Cùng một thời điểm thì véc tơ vận tốc tại mọi điểm thuộc vật là như nhau; véc tơ gia tốc tại mọi điểm thuộc vật rắn cũng như nhau. Nghĩa là cùng độ lớn, cùng chiều, chỉ khác điểm đặt mà thôi.

- Việc khảo sát chuyển động của vật rắn chuyển động tịnh tiến được thay thế bằng việc khảo sát chuyển động của một điểm bất kỳ của nó.
- Vận tốc và gia tốc chung cho tất cả các điểm của vật rắn trong chuyển động tịnh tiến được gọi là vận tốc và gia tốc chuyển động tịnh tiến. Chúng là những véc tơ tự do.

Ví dụ: Thanh nằm ngang chuyển động tịnh tiến như hình sau.

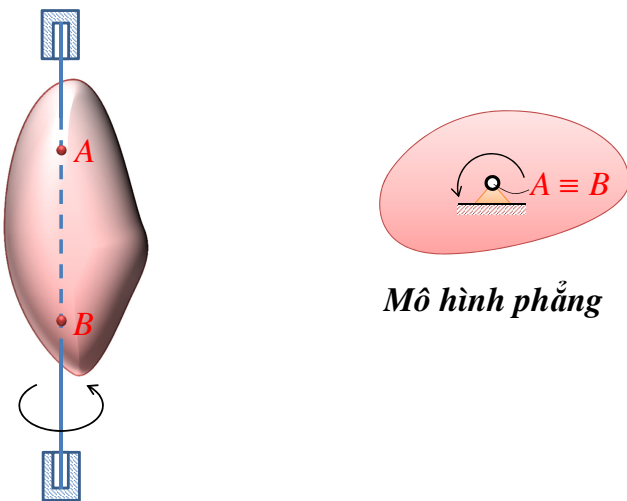


§2. Chuyển động quay quanh trục cố định



1. Định nghĩa

Nếu trong quá trình chuyển động, vật rắn có hai điểm luôn cố định, ta nói vật rắn chuyển động quay quanh trục cố định qua hai điểm đó.



Mô hình phẳng

Mô hình không gian

2. Khảo sát chuyển động vật rắn quay quanh trục

a. Phương trình chuyển động

+ Hai mặt phẳng (π_0) và (π) chứa trục quay

π_0 : cố định trong không gian

π : gắn cố định trên vật

+ Góc $\varphi = \varphi(t)$ là góc giữa mặt phẳng (π_0) và (π), được xây dựng theo một chiều quay dương đã chọn trước.

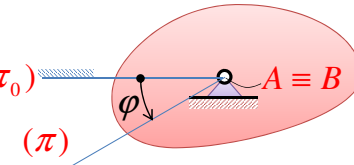
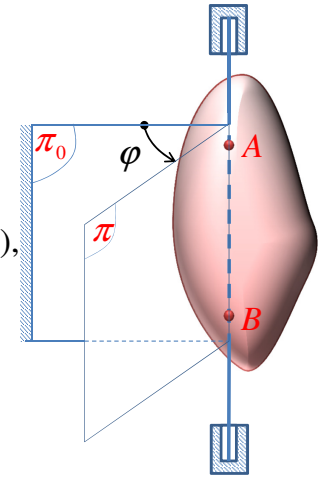
+ Phương trình chuyển động của vật rắn quay

$$\varphi = \varphi(t) \quad 4.2$$

Đơn vị: (rad)

Nếu $\bar{\varphi} > 0$: định vị theo chiều quay dương (π_0)

Nếu $\bar{\varphi} < 0$: định vị theo chiều quay âm



b. Vận tốc góc: là đại lượng biểu thị tốc độ quay và chiều quay của vật rắn quay quanh trục.

$$\vec{\omega} = \omega(t) \cdot \vec{k}$$

Hàm số: $\omega(t) = \dot{\varphi}(t)$ 4.3

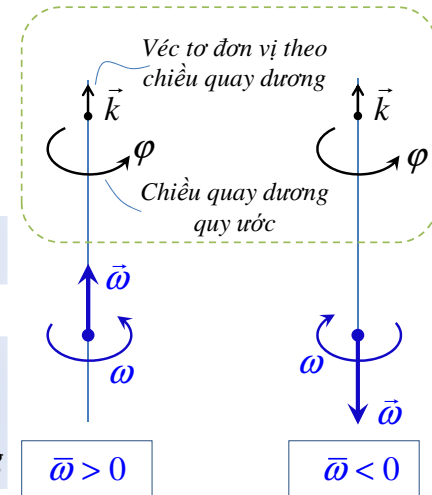
Đơn vị: (rad/s, 1/s, s⁻¹)

Chiều quay

$\bar{\omega} > 0$: Theo chiều quay dương

$\bar{\omega} < 0$: Ngược chiều quay dương

Độ lớn: $\omega = |\bar{\omega}|$ 4.4



c. Gia tốc góc: là sự biến thiên của vận tốc góc theo thời gian.

$$\vec{\varepsilon} = \varepsilon(t) \cdot \vec{k}$$

Hàm số: $\varepsilon(t) = \dot{\omega}(t) = \ddot{\varphi}(t)$

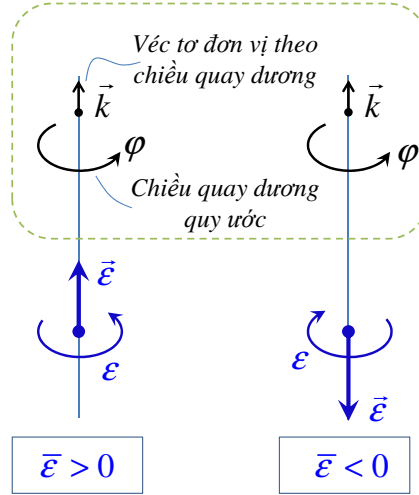
Đơn vị: (rad/s², 1/s², s⁻²) 4.5

Chiều quay

$\cdot \vec{\varepsilon} > 0$: Theo chiều quay dương

$\cdot \vec{\varepsilon} < 0$: Ngược chiều quay dương

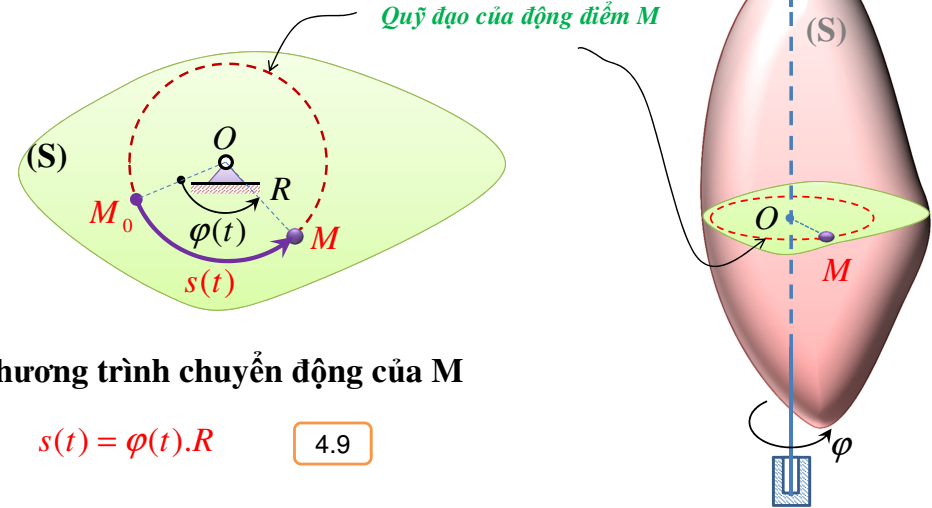
Độ lớn: $\varepsilon = |\vec{\varepsilon}|$ 4.6



3. Khảo sát chuyển động của điểm thuộc vật rắn quay

+ Vật rắn (S) quay quanh trục có phương trình $\varphi = \varphi(t)$.

+ Điểm M bất kỳ thuộc (S) cách trục quay một đoạn R



c. Phương trình chuyển động của M

* Phán đoán tính chất chuyển động của vật rắn

Sự biến đổi của giá trị ω được đặc trưng bởi sự biến đổi của ω^2

$$\frac{d(\omega^2)}{dt} = \frac{d(\bar{\omega}^2)}{dt} = 2\bar{\omega}\bar{\varepsilon} = 2\omega(t) \cdot \varepsilon(t) \quad 4.7$$

- Trường hợp $\bar{\varepsilon} = 0$: vật quay đều (hình a)

- Trường hợp $\bar{\varepsilon} \neq 0$: vật quay biến đổi

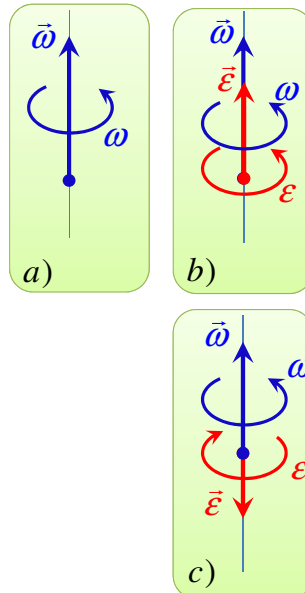
+ $\bar{\omega} \cdot \bar{\varepsilon} > 0$: quay nhanh dần (hình b)

+ $\bar{\omega} \cdot \bar{\varepsilon} < 0$: quay chậm dần (hình c)

- Trường hợp $\varepsilon = \text{const}$: vật quay biến đổi đều, phương trình có dạng

$$\omega(t) = \bar{\omega}_0 + \bar{\varepsilon} \cdot t, \quad \varphi(t) = \bar{\varphi}_0 + \bar{\omega}_0 t + \frac{\bar{\varepsilon}}{2} t^2 \quad 4.8$$

Trong đó: $\bar{\omega}_0 = \omega(0)$, $\bar{\varphi}_0 = \varphi(0)$

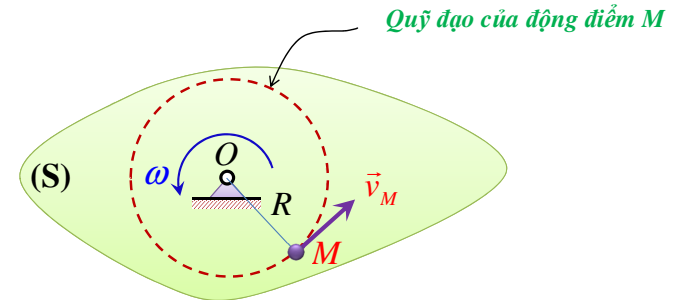


b. Quỹ đạo của M: là đường tròn tâm O, bán kính R

- Thuộc mặt phẳng vuông góc với trục quay

- Tâm thuộc trục quay

c. Vận tốc của M



\vec{v}_M

Theo phương tiếp tuyến của quỹ đạo, quay đối với O theo chiều quay của ω

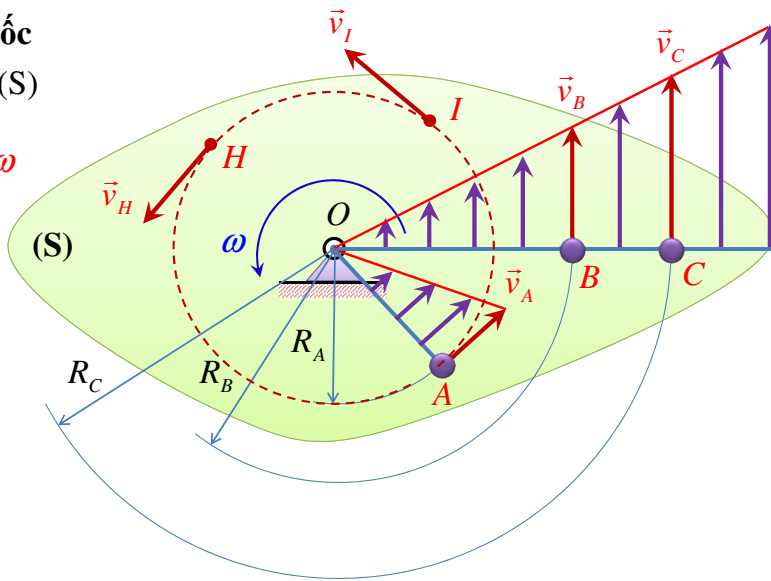
Độ lớn $v_M = R \cdot \omega$ 4.10

*** Phân bố vận tốc**

Với A, B thuộc (S)

$$\frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B} = \omega$$

4.11



Những điểm cùng nằm trên một đường tròn tâm O thì có giá trị vận tốc như nhau.

$$v_A = v_I = v_H = \omega R_A$$

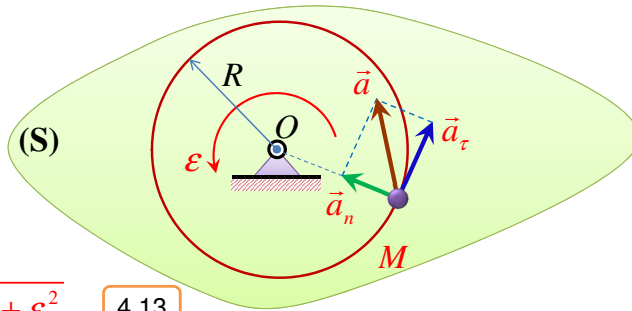


BÀI TẬP CHƯƠNG 4 SINH VIÊN CẦN GIẢI QUYẾT

Chuyển động cơ bản của vật rắn có hai dạng bài toán

- Bài toán thứ nhất: Tìm $\varphi, \omega, \varepsilon$ của vật rắn quay. Tìm vận tốc, gia tốc điểm thuộc vật rắn.
- Bài toán thứ hai: Kết hợp chuyển động quay với chuyển động tịnh tiến.

d. Gia tốc của M



$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \quad 4.12$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} \quad 4.13$$

\vec{a}_τ

Tiếp tuyến quỹ đạo, quay đối với O theo chiều quay của ε

Độ lớn $a_\tau = R \cdot \varepsilon$

4.14

\vec{a}_n

Hướng về O

Độ lớn $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R$

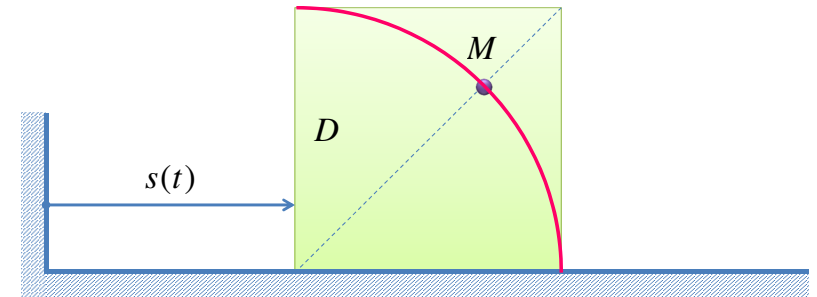
4.15

Bài tập 4.1

Tấm phẳng mảnh (D) hình vuông có cạnh $R = 1(\text{m})$ nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Tấm trượt trên một mặt phẳng ngang trong mặt phẳng chứa nó với phương trình: $s(t) = t^2 + t - 1$ (m)

Khi $t = 1$ (s), xác định:

- + Vị trí của M.
- + Vận tốc của M.
- + Gia tốc của M.

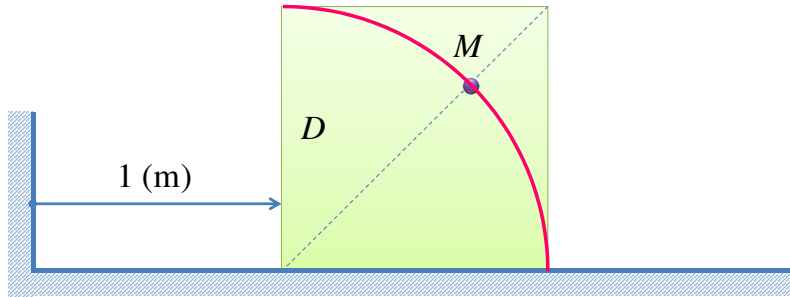


Khi $t = 1$ (s):

*** Vị trí của M:**

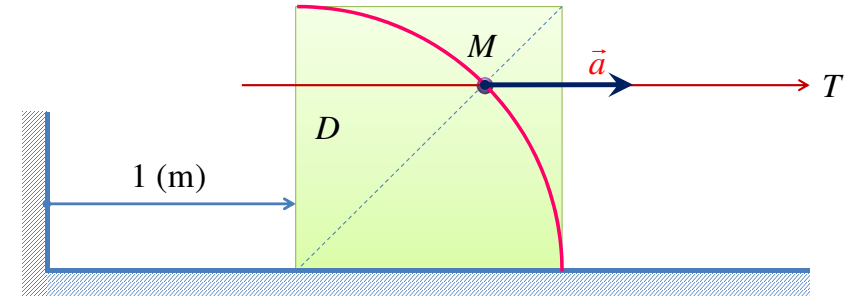
$$\bar{s}(1) = 1 \text{ (m)} > 0$$

Vị trí của M được xác định như hình vẽ



*** Gia tốc của M: $\vec{a} = \vec{a}_T$**

$$\vec{a}_T \begin{cases} a_T(t) = \dot{v}(t) = 2 \text{ (m/s}^2\text{)} \\ \bar{a}_T(1) = 2 \text{ (m/s}^2\text{)} > 0 \\ \text{Theo chiều trục T} \\ a_T = 2 \text{ (m/s}^2\text{)} \end{cases}$$



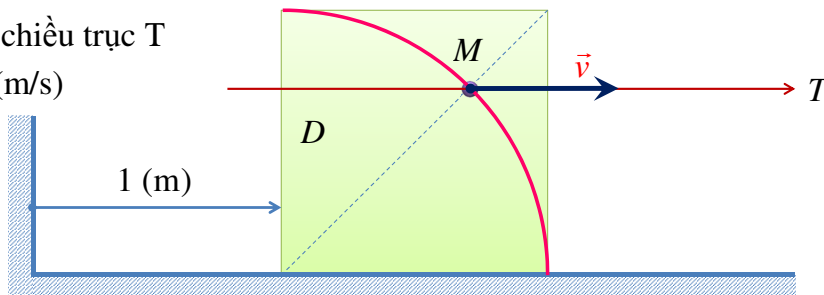
*** Gán trục MT**

MT : Trùng quỹ đạo thẳng của M theo chiều dương

*** Vận tốc của M:**

Vật (D) chuyển động tịnh tiến, vận tốc và gia tốc tại mọi điểm cùng một thời điểm là như nhau.

$$\vec{v} \begin{cases} v(t) = \dot{s}(t) = 2t + 1 \text{ (m/s)} \\ \bar{v}(1) = 3 \text{ (m/s)} > 0 \\ \text{Theo chiều trục T} \\ v = 3 \text{ (m/s)} \end{cases}$$



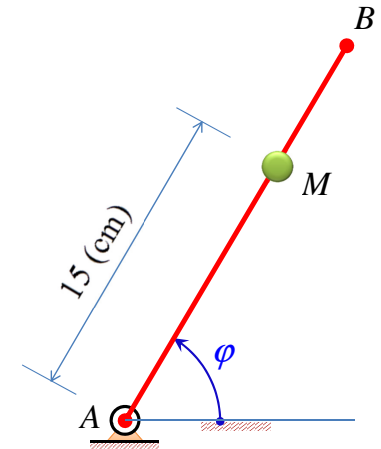
Bài tập 4.2

Cho thanh AB = 20 (cm) quay trong một mặt phẳng xác định quanh điểm A cố định, với phương trình quay:

$$\varphi(t) = \frac{\pi}{3}(t^2 + t - 1) \text{ (rad)}$$

Biết AM = 15 (cm). Khi $t = 1$ (s), xác định:

- + Vận tốc của M.
- + Gia tốc của M.

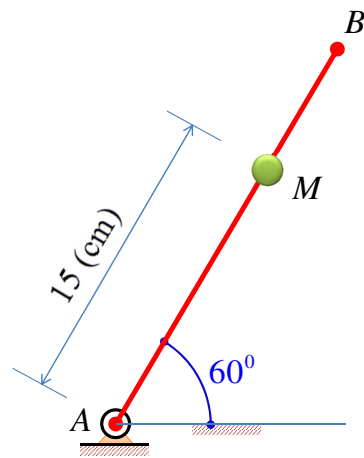


Khi $t = 1(s)$:

** Xác định vị trí của thanh AB:*

$$\bar{\varphi}(1) = \frac{\pi}{3} \text{ (rad)} > 0$$

Vị trí của thanh AB như hình vẽ

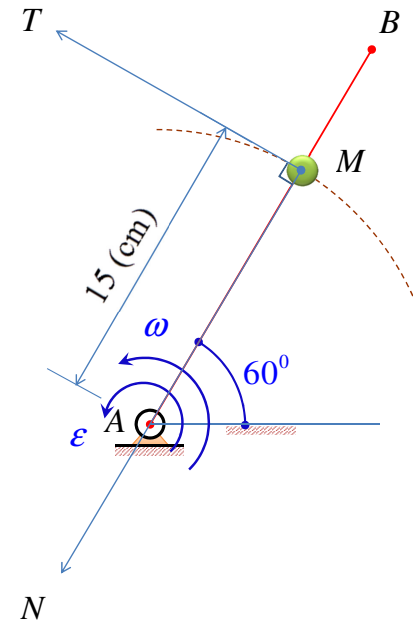


** Vận tốc góc và gia tốc góc của thanh AB*

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega(t) = \frac{\pi}{3}(2t+1) \text{ (rad/s)} \\ \varepsilon(t) = \frac{2\pi}{3} \text{ (rad/s}^2\text{)} \end{array} \right.$$

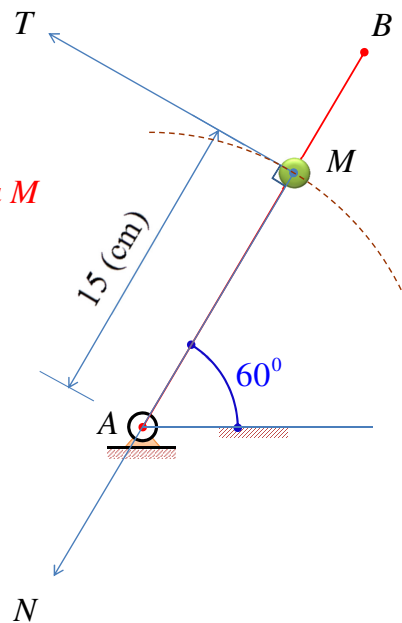
$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\omega}(1) = \pi \text{ (rad/s)} > 0 \\ \bar{\omega} \text{ Theo chiều quay dương} \\ \omega = \pi \text{ (rad/s)} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\varepsilon}(1) = \frac{2\pi}{3} \text{ (rad/s}^2\text{)} > 0 \\ \bar{\varepsilon} \text{ Theo chiều quay dương} \\ \varepsilon = \frac{2\pi}{3} \text{ (rad/s}^2\text{)} \end{array} \right.$$



** Gán hệ trục tọa độ:*

MTN $\left\{ \begin{array}{l} T: \text{Tiếp tuyến quỹ đạo của } M \\ \text{theo chiều quay dương của } AB \\ N: \text{Hướng về tâm cong quỹ đạo của } M \end{array} \right.$



** Vận tốc của M*

$$\vec{v}_M \left\{ \begin{array}{l} \text{Theo chiều trục } T \\ v_M = \omega \cdot AM = 15\pi \text{ (cm/s)} \end{array} \right.$$

