

Chương 2

VI PHÂN HÀM HAI BIẾN

Huỳnh Văn Kha

Khoa Toán – Thống Kê

Toán C1 - MS: C01009

Nội dung

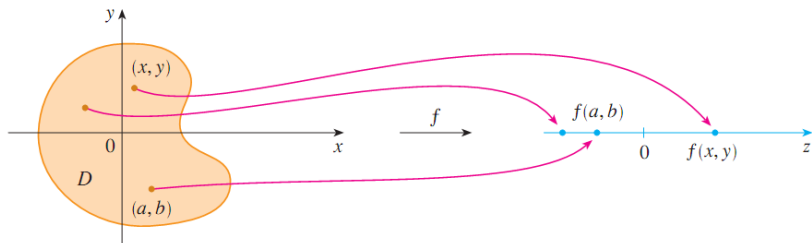
- 1 Hàm nhiều biến
- 2 Giới hạn và liên tục
- 3 Đạo hàm riêng - Gradient
- 4 Tính khả vi - Vi phân
- 5 Cực trị địa phương

Hàm hai biến

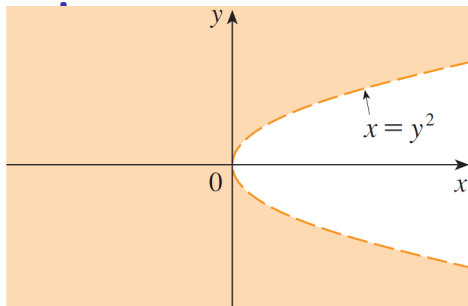
Định nghĩa

Một *hàm hai biến* f là một quy tắc cho tương ứng mỗi cặp có thứ tự các số thực (x, y) trong tập $D \subset \mathbb{R}^2$ với duy nhất một số thực được ký hiệu là $f(x, y)$.

Tập D gọi là *tập xác định* của f . *Miền giá trị* của f là tập: $V = \{f(x, y) | (x, y) \in D\}$

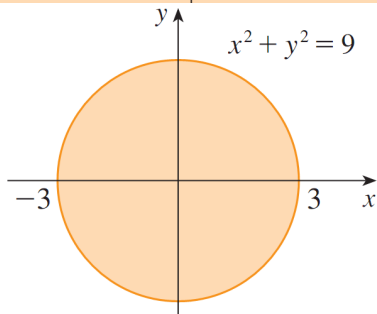


Ví dụ



*Tập xác định
của hàm số*

$$f(x, y) = x \ln(y^2 - x)$$



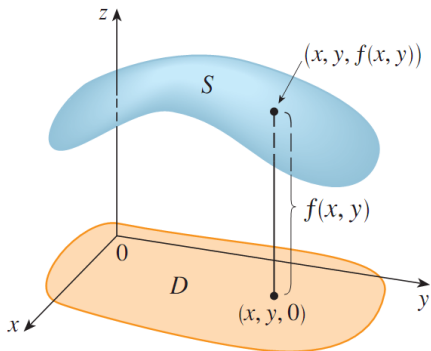
*Tập xác định
của hàm số*

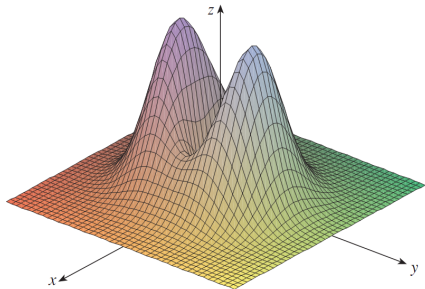
$$g(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$$

Đồ thị

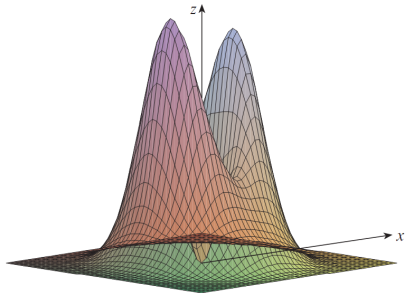
Định nghĩa

Nếu f là hàm hai biến xác định trên miền D thì **đồ thị** của f được định nghĩa là tập hợp các điểm (x, y, z) trong \mathbb{R}^3 sao cho $z = f(x, y)$ và $(x, y) \in D$

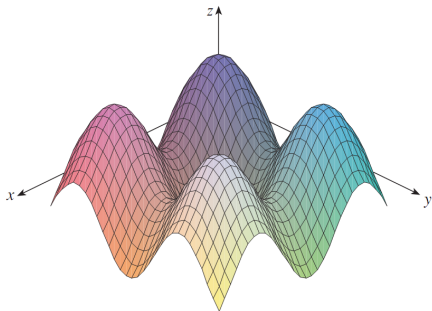




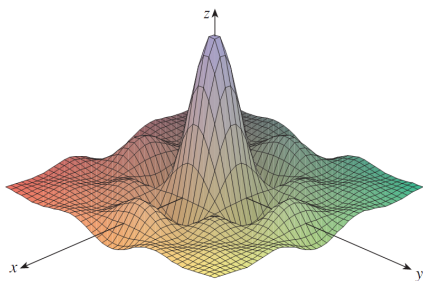
$$f(x, y) = (x^2 + 3y^2)e^{-x^2 - y^2}$$



$$f(x, y) = (x^2 + 3y^2)e^{-x^2 - y^2}$$



$$f(x, y) = \sin x + \sin y$$



$$f(x, y) = \frac{\sin x \sin y}{xy}$$

Hàm nhiều biến

Một *hàm ba biến* f là một quy tắc cho tương ứng mỗi bộ ba (x, y, z) trong miền $D \subset \mathbb{R}^3$ với duy nhất một số thực, ký hiệu là $f(x, y, z)$

Ví dụ: $f(x, y, z) = \ln(z - y) + xy \sin z$

Một *hàm n biến* là một quy tắc cho tương ứng mỗi bộ n số thực (x_1, x_2, \dots, x_n) với duy nhất một số thực, ký hiệu là $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Thỉnh thoảng ta ký hiệu $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ và ký hiệu $f(\mathbf{x})$ thay cho $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Giới hạn hàm hai biến

Điểm (a, b) gọi là *điểm tụ* của D nếu mọi đĩa tròn tâm (a, b) đều có chung với D ít nhất là một điểm khác (a, b)

Định nghĩa

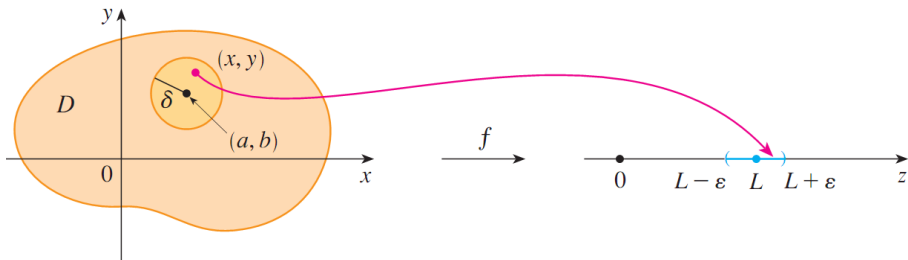
Cho f là hàm hai biến với tập xác định D , và (a, b) là điểm tụ của D . Ta nói *giới hạn của $f(x, y)$ khi (x, y) tiến về (a, b) là L* nếu với mọi $\varepsilon > 0$ đều có tương ứng một số $\delta > 0$ sao cho:

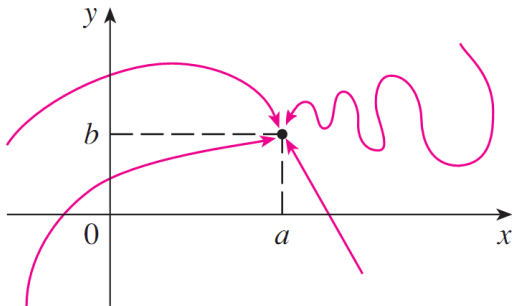
$$\text{Nếu } (x, y) \in D \text{ và } 0 < \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} < \delta \text{ thì} \\ |f(x, y) - L| < \varepsilon$$

Ký hiệu: $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = L$ hoặc $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ y \rightarrow b}} f(x, y) = L$

Chú ý:

- $|f(x, y) - L|$ là khoảng cách từ số $f(x, y)$ tới số L
- $\sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$ là khoảng cách từ điểm (x, y) tới điểm (a, b)





Dãy điểm (x_n, y_n) gọi là hội tụ về (a, b) nếu $x_n \rightarrow a$ và $y_n \rightarrow b$. Lúc đó ký hiệu: $(x_n, y_n) \rightarrow (a, b)$

Định lý

$\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = L$ khi và chỉ khi với mọi dãy (x_n, y_n)

hội tụ về (a, b) ta luôn có $f(x_n, y_n) \rightarrow L$