

**LOGO**

# Tối ưu hoá hàm bool

# Công thức đa thức tối thiểu

## Đơn giản hơn

Cho hai công thức đa thức của một hàm Bool :

$$f = m_1 \vee m_2 \vee \dots \vee m_k \text{ (F)}$$

$$f = M_1 \vee M_2 \vee \dots \vee M_l \text{ (G)}$$

Ta nói rằng công thức F *đơn giản hơn* công thức G nếu tồn tại đơn ánh  $h: \{1, 2, \dots, k\} \rightarrow \{1, 2, \dots, l\}$  sao cho với mọi  $i \in \{1, 2, \dots, k\}$  thì số từ đơn của  $m_i$  không nhiều hơn số từ đơn của  $M_{h(i)}$

# Công thức đa thức tối thiểu

---

## Đơn giản như nhau

Nếu  $F$  đơn giản hơn  $G$  và  $G$  đơn giản hơn  $F$  thì ta nói  $F$  và  $G$  đơn giản như nhau

## \*\* Công thức đa thức tối thiểu:

Công thức  $F$  của hàm Bool  $f$  được gọi là *tối thiểu* nếu với bất kỳ công thức  $G$  của  $f$  mà đơn giản hơn  $F$  thì  $F$  và  $G$  đơn giản như nhau

# Phương pháp biểu đồ Karnaugh.

Xét  $f$  là một hàm Bool theo  $n$  biến  $x_1, x_2, \dots, x_n$  với  $n = 3$  hoặc  $4$ .

**Trường hợp  $n = 3$ :**

$f$  là hàm Bool theo 3 biến  $x, y, z$ . Khi đó bảng chân trị của  $f$  gồm 8 hàng. Thay cho bảng chân trị của  $f$  ta vẽ một bảng chữ nhật gồm 8 ô, tương ứng với 8 hàng của bảng chân trị, được đánh dấu như sau:

	$x$	$x$	$\bar{x}$	$\bar{x}$
$z$	101	111	011	001
$\bar{z}$	100	110	010	000
	$\bar{y}$	$y$	$y$	$\bar{y}$



## Với qui ước:

Khi một ô nằm trong dãy được đánh dấu bởi  $x$  thì tại đó  $x = 1$ , bởi  $\bar{x}$  thì tại đó  $x = 0$ , tương tự cho  $y, z$ .

Các ô tại đó  $f$  bằng 1 sẽ được đánh dấu (tô đậm hoặc gạch chéo). Tập các ô được đánh dấu được gọi là **biểu đồ Karnaugh** của  $f$ , ký hiệu là  $kar(f)$ .

	$x$	$x$	$\bar{x}$	$\bar{x}$
$z$	101	111	011	001
$\bar{z}$	100	110	010	000
	$\bar{y}$	$y$	$y$	$\bar{y}$

## Trường hợp $n = 4$ :

$f$  là hàm Bool theo 4 biến  $x, y, z, t$ . Khi đó bảng chân trị của  $f$  gồm 16 hàng. Thay cho bảng chân trị của  $f$  ta vẽ một bảng chữ nhật gồm 16 ô, tương ứng với 16 hàng của bảng chân trị, được đánh dấu như sau:

	$x$	$x$	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
$z$	1010	1110	0110	0010	$\bar{t}$
$z$	1011	1111	0111	0011	$t$
$\bar{z}$	1001	1101	0101	0001	$t$
$\bar{z}$	1000	1100	0100	0000	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	$y$	$y$	$\bar{y}$	

## Với qui ước:

Khi một ô nằm trong dãy được đánh dấu bởi  $x$  thì tại đó  $x = 1$ , bởi  $\bar{x}$  thì tại đó  $x = 0$ , tương tự cho  $y, z, t$ .

Các ô tại đó  $f$  bằng 1 sẽ được đánh dấu (tô đậm hoặc gạch chéo). Tập các ô được đánh dấu được gọi là biểu đồ karnaugh của  $f$ , ký hiệu là  $kar(f)$ .

Trong cả hai trường hợp, hai ô được gọi là **kề nhau** (theo nghĩa rộng), nếu chúng là hai ô **liền nhau** hoặc chúng là **ô đầu, ô cuối** của cùng một hàng (cột) nào đó. Nhận xét rằng, do cách đánh dấu như trên, hai ô kề nhau chỉ lệch nhau ở một biến duy nhất.

## Định lý

---

Cho  $f, g$  là các hàm Bool theo  $n$  biến  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .  
Khi đó:

a)  $\text{kar}(fg) = \text{kar}(f) \cap \text{kar}(g)$ .

b)  $\text{kar}(f \vee g) = \text{kar}(f) \cup \text{kar}(g)$ .

c)  $\text{kar}(f)$  gồm đúng một ô khi và chỉ khi  $f$  là một từ tối thiểu



# Tế bào

---

*Tế bào là hình chữ nhật (theo nghĩa rộng) gồm  $2^{n-k}$  ô*

Nếu  $T$  là một tế bào thì  $T$  là biểu đồ karnaugh của một đơn thức duy nhất  $m$ , cách xác định  $m$  như sau: lần lượt chiếu  $T$  lên các cạnh, nếu toàn bộ hình chiếu nằm trọn trong một từ đơn nào thì từ đơn đó mới xuất hiện trong  $m$ .

**Ví dụ 1.** Xét các hàm Bool theo 4 biến  $x, y, z, t$ .

Biểu đồ karnaugh của đơn thức  $xyz\bar{t}$  là

	$x$	$x$	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
$z$					$\bar{t}$
$z$					$t$
$\bar{z}$					$t$
$\bar{z}$					$\bar{t}$
	$\bar{y}$	$y$	$y$	$\bar{y}$	