

TOÁN RỜI RẠC

Chương 4. Hàm bool

■ Bài giảng có tham khảo của đồng nghiệp

Nội dung

Đại Số Bool

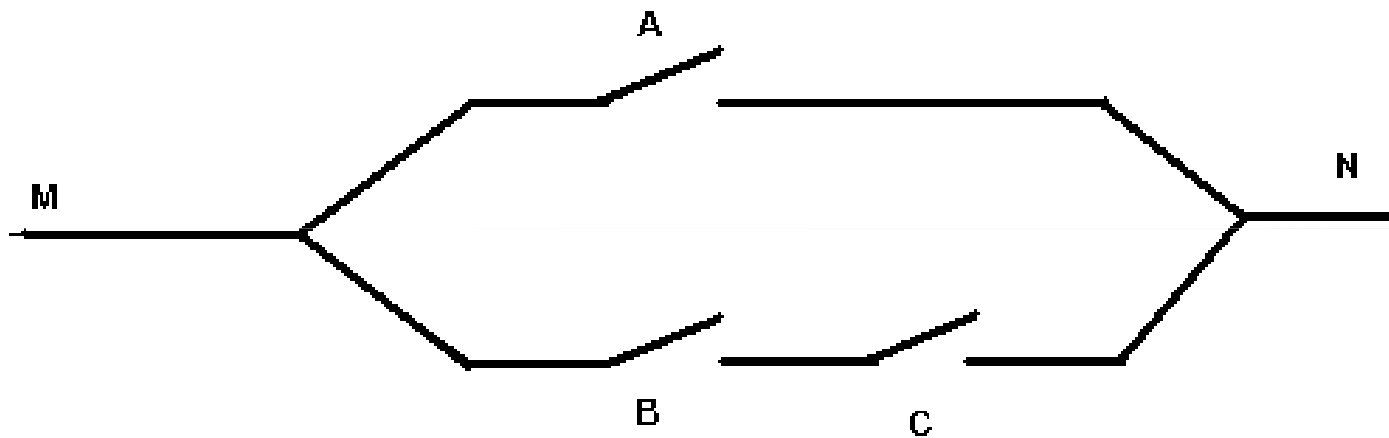
Hàm Bool

Biểu đồ karnaugh

Mạch logic

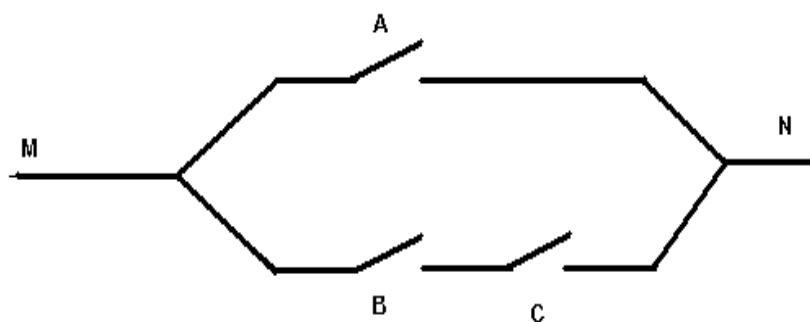
Mở đầu

Xét mạch điện như hình vẽ



Tùy theo cách trạng thái cầu dao A, B, C mà ta sẽ có dòng điện đi qua MN. Như vậy ta sẽ có bảng giá trị sau

Mở đầu



Câu hỏi: Khi mạch điện gồm nhiều cầu dao, làm sao ta có thể kiểm soát được.

Giải pháp là đưa ra công thức, với mỗi biến được xem như là một cầu dao

A	B	C	MN
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

I. Đại Số Bool

Xét tập hợp $B = \{0, 1\}$. Trên B ta định nghĩa hai phép toán \wedge, \vee như sau:

\wedge	0	1
0	0	0
1	0	1

\vee	0	1
0	0	1
1	1	1

Khi đó, B trở thành một đại số Bool

II. Hàm Bool

Hàm Bool n biến là ánh xạ

$$f : B^n \rightarrow B, \text{ trong đó } B = \{0, 1\}.$$

Như vậy hàm Bool n biến là một hàm số có dạng :

$f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, trong đó mỗi biến trong x_1, x_2, \dots, x_n chỉ nhận hai giá trị 0, 1 và f nhận giá trị trong $B = \{0, 1\}$.

Ký hiệu F_n để chỉ tập các hàm Bool biến.

Ví dụ. Dạng mệnh đề $E = E(p_1, p_2, \dots, p_n)$ theo n biến p_1, p_2, \dots, p_n là một hàm Bool n biến.

Bảng chân trị

Xét hàm Bool n biến $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Vì mỗi biến x_i chỉ nhận hai giá trị 0, 1 nên chỉ có 2^n trường hợp của bộ biến (x_1, x_2, \dots, x_n) .

Do đó, để mô tả f , ta có thể lập bảng gồm 2^n hàng ghi tất cả các giá trị của f tùy theo 2^n trường hợp của biến. Ta gọi đây là **bảng chân trị của f**

Ví dụ

Xét kết quả f trong việc thông qua một quyết định dựa vào 3 phiếu bầu x, y, z

Mỗi phiếu chỉ lấy một trong hai giá trị: **1** (tán thành) hoặc **0** (bác bỏ).

Kết quả f là 1 (thông qua quyết định) nếu được đa số phiếu tán thành, là 0 (không thông qua quyết định) nếu đa số phiếu bác bỏ.

Hàm Bool

Khi đó f là hàm Bool theo 3 biến x, y, z có bảng chân trị như sau:

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Các phép toán trên hàm Bool

Các phép toán trên F_n được định nghĩa như sau:

Phép cộng Bool \vee :

Với $f, g \in F_n$ ta định nghĩa tổng Bool của f và g :

$$f \vee g = f + g - fg$$

Suy ra

\vee	0	1
0	0	1
1	1	1