Bài giảng Toán cao cấp_ Giải tích 1_ 864005_Đạo hàm, Vi phân

Trần Thanh Bình
tranthanhbinhsgu@gmail.com

Đại học Sài gòn

Tháng 9- 2016

Bài giảng bao gồm

1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT

Bài giảng bao gồm

1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT
   1. Đạo hàm

Bài giảng bao gồm

1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT
    1. Đạo hàm
    2. Các phương pháp tính đạo hàm

Bài giảng bao gồm

1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT
    1. Đạo hàm
    2. Các phương pháp tính đạo hàm
    3. Đạo hàm các hàm sơ cấp cơ bản

Bài giảng bao gồm

1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT
    1. Đạo hàm
    2. Các phương pháp tính đạo hàm
    3. Đạo hàm các hàm sơ cấp cơ bản
    4. Vi phân

Bài giảng bao gồm

1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT
   1. Đạo hàm
   2. Các phương pháp tính đạo hàm
   3. Đạo hàm các hàm sơ cấp cơ bản
   4. Vi phân
   5. Đạo hàm của hàm ẩn

Bài giảng bao gồm

1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT
    1. Đạo hàm
    2. Các phương pháp tính đạo hàm
    3. Đạo hàm các hàm sơ cấp cơ bản
    4. Vi phân
    5. Đạo hàm của hàm ẩn
2. CÁC ĐỊNH LÝ CƠ BẢN

Bài giảng bao gồm

1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT
   1. Đạo hàm
   2. Các phương pháp tính đạo hàm
   3. Đạo hàm các hàm sơ cấp cơ bản
   4. Vi phân
   5. Đạo hàm của hàm ẩn
2. CÁC ĐỊNH LÝ CƠ BẢN
3. QUY TẮC L/HOSPITAL

Bài giảng bao gồm

1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT
    1. Đạo hàm
    2. Các phương pháp tính đạo hàm
    3. Đạo hàm các hàm sơ cấp cơ bản
    4. Vi phân
    5. Đạo hàm của hàm ẩn
2. CÁC ĐỊNH LÝ CƠ BẢN
3. QUY TẮC L$^{/}$HOSPITAL
4. BÀI TẬP

Bài 1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT

1. *Đạo hàm*

- **Định nghĩa 1.** Cho hàm $f(x)$ xác định trên (a, b) và $x_0 \in (a, b)$.

1) Ta định nghĩa đạo hàm của f tại x_0 bởi

$$f^{/}(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

nếu vế phải tồn tại.
2) Nếu $f^{/}(x_0)$ hữu hạn, ta nói f khả vi tại x_0.
3) Nếu f khả vi tại x_0, ta đặt

$$\alpha(x) = \begin{cases} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} & , x \neq x_0 \\ 0 & , x = x_0 \end{cases}$$

Ta có

$$f(x) - f(x_0) = \left[f^{/}(x_0) + \alpha(x) \right] (x - x_0), \lim_{x \to x_0} \alpha(x) = 0 \qquad (1)$$

- **Mệnh đề 1.**

- **Mệnh đề 1.**
  - Nếu f khả vi tại x_0 thì f liên tục tại x_0

- **Mệnh đề 1.**
  - Nếu f khả vi tại x_0 thì f liên tục tại x_0
  - f liên tục tại $x_0 \not\Rightarrow f$ khả vi tại x_0

- **Mệnh đề 1.**
    - Nếu f khả vi tại x_0 thì f liên tục tại x_0
    - f liên tục tại $x_0 \nRightarrow f$ khả vi tại x_0
- **Định nghĩa 2.**
  Các giới hạn một phía

$$\lim_{x \to x_0^{\pm}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

nếu tồn tại, được ký hiệu $f'_{+}(x_0)\,;\, f'_{-}(x_0)$ _ đạo hàm phải (trái).

1. ĐẠO HÀM

- **Mệnh đề 1.**
  - Nếu f khả vi tại x_0 thì f liên tục tại x_0
  - f liên tục tại $x_0 \nRightarrow f$ khả vi tại x_0
- **Định nghĩa 2.**
  Các giới hạn một phía

$$\lim_{x \to x_0^{\pm}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

  nếu tồn tại, được ký hiệu $f_+^{/}(x_0)\,; f_-^{/}(x_0)$ _ đạo hàm phải (trái).
- **Mệnh đề 2**
  Đạo hàm $f^{/}(x_0)$ tồn tại và bằng l khi và chỉ khi các đạo hàm một phía $f_+^{/}(x_0)\,, f_-^{/}(x_0)$ tồn tại và bằng l.

1. ĐẠO HÀM

- **Ví dụ 1.** Cho $f(x) = |x|$.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x}{x} = 1; \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{-x}{x} = -1$$

Vậy $f_+^/(0) = 1; f_-^/(0) = -1$. Hàm f không có đạo hàm tại x_0.

- **Ví dụ 1.** Cho $f(x) = |x|$.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x}{x} = 1; \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{-x}{x} = -1$$

Vậy $f'_+(0) = 1; f'_-(0) = -1$. Hàm f không có đạo hàm tại x_0.

- **Ví dụ 2.** Cho

- **Ví dụ 1.** Cho $f(x) = |x|$.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x}{x} = 1;\ \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{-x}{x} = -1$$

Vậy $f'_+(0) = 1; f'_-(0) = -1$. Hàm f không có đạo hàm tại x_0.

- **Ví dụ 2.** Cho
    -

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt[3]{x^2}; f'_+(0) = +\infty; f'_-(0) = -\infty \\ f(x) &= \sqrt[3]{x}, f'(0) = +\infty \end{aligned}$$