

2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng (P): $x - y + z - 5 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm A(3;-1;1) nằm trong mặt phẳng (P) và hợp với (d) một góc 45° .

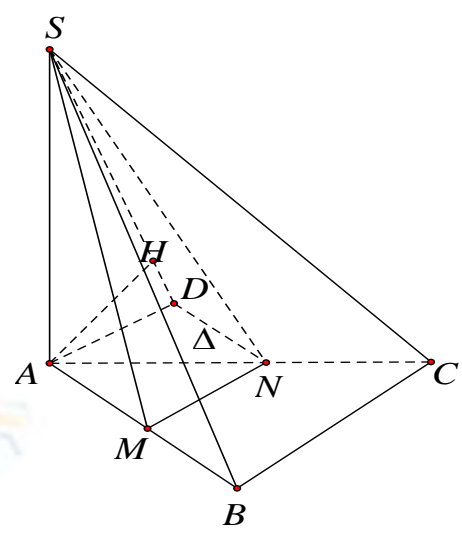
Câu VII.(1,0 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3^{y-1} + 1 \\ y + \sqrt{y^2 - 2y + 2} = 3^{x-1} + 1 \end{cases} (x, y \in \mathbb{R}) .$

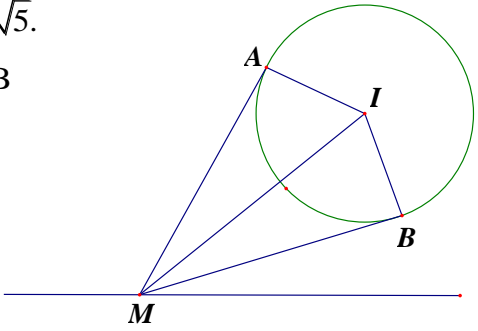
PHẦN IV. ĐÁP ÁN 15 ĐỀ THAM KHẢO CỦA BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO.

**ĐỀ SỐ 1.
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC KHỐI A NĂM 2011.**

Câu	ý	Lời Giải	Điểm
I	1	Học sinh tự làm.	1
	2	<p>Hoành độ giao điểm của d : $y = x + m$ và (C) là nghiệm phương trình:</p> $x + m = \frac{-x + 1}{2x - 1}$ $\Leftrightarrow (x + m)(2x - 1) = -x + 1 \text{ (do } x = \frac{1}{2} \text{ không là nghiệm)}$ $\Leftrightarrow 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0(*)$	0.25
		<p>D cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (*) có 2 nghiệm phân biệt khác $\frac{1}{2}$:</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 + 2m + 2 > 0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 + 1 > 0 \\ \frac{1}{2} + m - m - 1 \neq 0 \end{cases} \quad \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow d \text{ luôn cắt (C) tại hai}$ <p>điểm phân biệt với mọi m.</p>	0.25
		<p>Gọi x_1 và x_2 là nghiệm của (*), ta có:</p> $k_1 + k_2 = -\frac{1}{(2x_1 - 1)^2} - \frac{1}{(2x_2 - 1)^2} = -\frac{(2x_2 - 1)^2 + (2x_1 - 1)^2}{(2x_1 - 1)^2 \cdot (2x_2 - 1)^2}$ $= -\frac{4(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 - 4(x_1 + x_2) + 2}{(4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1)^2}$	0.25
		<p>Theo định lý Viet $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-m - 1}{2} \end{cases}$</p> $\text{suy ra: } k_1 + k_2 = -\frac{4m^2 - 8 \cdot \frac{-m - 1}{2} + 4m + 2}{\left(-4 \cdot \frac{-m - 1}{2} - 2 \cdot m + 1\right)^2} = -4m^2 - 8m - 6 = -4(m + 1)^2 - 2 \leq -2.$ <p>Suy ra: $k_1 + k_2$ lớn nhất bằng -2, khi và chỉ khi $m = -1$.</p>	0.25
II	1	$\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \cot^2 x} = \sqrt{2} \sin x \sin 2x.$ <p>Điều kiện: $\sin x \neq 0 (*)$.</p>	0.25

		<p>Phương trình đã cho tương đương với: $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{\sin^2 x} = 2\sqrt{2} \sin x \cos x$.</p> <p>$\Leftrightarrow (1 + \sin 2x + \cos 2x) \sin^2 x = 2\sqrt{2} \sin^2 x \cos x$</p>	
		<p>$\Leftrightarrow 1 + \sin 2x + \cos 2x = 2\sqrt{2} \cos x$ (do $\sin x \neq 0$)</p> <p>$\Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x - 1 - 2\sqrt{2} \cos x = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow 2 \cos x (\cos x + \sin x - \sqrt{2}) = 0$.</p>	0.25
		<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + \sin x - \sqrt{2} = 0 \text{ (1)} \\ \cos x = 0 \text{ (2)} \end{cases}$</p> <p>• (1) $\Leftrightarrow \cos x + \sin x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$, thỏa mãn (*).</p>	0.25
		<p>• (2) $\Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, thỏa mãn (*).</p> <p>Vậy, phương trình có 2 họ nghiệm: $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.</p>	0.25
II	2	<p>$\begin{cases} 5x^2y - 4xy^2 + 3y^3 - 2(x+y) = 0 \text{ (1)} \\ xy(x^2 + y^2) + 2 = (x+y)^2 \text{ (2)}. \end{cases}$</p> <p>Ta có phương trình (2) $\Leftrightarrow xy(x^2 + y^2) + 2 - x^2 - 2xy - y^2 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow xy(x^2 + y^2 - 2) - (x^2 + y^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow (xy - 1)(x^2 + y^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$</p>	0.25
		<p>• Với $xy = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{y}$ thay vào phương trình (1) ta được:</p> <p>$5\left(\frac{1}{y}\right)^2 \cdot y - 4\frac{1}{y} \cdot y^2 + 3y^3 - 2\left(\frac{1}{y} + y\right) = 0 \Leftrightarrow y^4 - 2y^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow y = \pm 1$.</p> <p>Suy ra: $(x; y) = (1; 1)$ hoặc $(x; y) = (-1; -1)$.</p>	0.25
		<p>• (1) $\Leftrightarrow 3y(x^2 + y^2) - 4xy^2 + 2x^2y - 2(x+y) = 0$ (*), với $x^2 + y^2 = 2$ thay vào (*) ta được $6y - 4xy^2 + 2x^2y - 2(x+y) = 0 \Leftrightarrow 4y - 2x - 4xy^2 + 2x^2y = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow 2y - x - xy(2y - x) = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow (1 - xy)(2y - x) = 0 \Leftrightarrow xy = 1$ hoặc $x = 2y$.</p>	0.25
		<p>Với $x = 2y$ thay vào phương trình $x^2 + y^2 = 2$ ta được:</p> <p>$4y^2 + y^2 = 2 \Leftrightarrow 5y^2 = 2 \Leftrightarrow y = \pm \frac{\sqrt{10}}{5}$</p> <p>Vậy $(x; y) = \left(\frac{2\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right)$ hoặc $(x; y) = \left(-\frac{2\sqrt{10}}{5}; -\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$.</p> <p>Vậy hệ có nghiệm: $(x; y) = (1; 1), (-1; -1), \left(\frac{2\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right), \left(-\frac{2\sqrt{10}}{5}; -\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$.</p>	0.25
III		<p>$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(x \sin x + \cos x) + x \cos x}{x \sin x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x + \cos x}{x \sin x + \cos x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \cos x}{x \sin x + \cos x} dx$.</p>	0.25
		<p>Ta có: $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x + \cos x}{x \sin x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx = x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}$</p>	0.25

	$\text{Và } I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \cos x}{x \sin x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(x \sin x + \cos x)}{x \sin x + \cos x} = \left(\ln x \sin x + \cos x \right) \Big _0^{\frac{\pi}{4}}$	0.25
	$= \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) \right) \Rightarrow I = I_1 + I_2 = \frac{\pi}{4} + \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) \right).$	0.25
IV	<p>Ta có $\begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ (SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \end{cases}$</p> <p>Nên $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SB) \Rightarrow SB \perp BC$</p> <p>Vậy $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \subset (SBC), SB \perp BC \\ AB \subset (SAB), AB \perp BC \end{cases}$</p> <p>$\Rightarrow [(SBC), (ABC)] = (SB, AB) = SBA = 60^\circ$</p> <p>$\Rightarrow SA = SB \cdot \tan SBA = 2a\sqrt{3}$.</p> 	0.25
	<p>Mặt phẳng qua SM và song song với BC, cắt AC tại N. Vì M là trung điểm của AB nên MN là đường trung bình của $\Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} MN // BC \\ MN = \frac{BC}{2} = a, BM = \frac{AB}{2} = a. \end{cases}$</p> <p>Tứ giác BCNM là hình thang vuông tại B nên có diện tích:</p> $S_{BCNM} = \frac{(BC + MN) \cdot BM}{2} = \frac{(2a + a) \cdot a}{2} = \frac{3a^2}{2}.$ <p>$SA \perp (BCNM)$ nên SA là đường cao của chóp S.BCNM nên có thể tích:</p> $V_{S.BCNM} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{BCNM} = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot \frac{3a^2}{2} = a^3 \sqrt{3}.$	0.25
	<p>Kẻ đường thẳng Δ đi qua N, song song với AB.</p> <p>Hạ $AD \perp \Delta (D \in \Delta)$. Vì $AB // ND \Rightarrow AB // (SND)$</p> <p>$\Rightarrow d(AB, SN) = d(AB, (SND)) = d(A, (SND))$.</p> <p>Hạ $AH \perp SD (H \in SD)$. Ta có $\begin{cases} SA \perp DN \\ SD \perp DN \end{cases} \Rightarrow DN \perp (SAD) \Rightarrow DN \perp AH$</p> <p>$\Rightarrow AH \perp (SND) \Rightarrow d(A, (SND)) = AH$</p>	0.25
	<p>Tam giác SAD vuông tại A, có AH là đường cao của ΔSAD</p> <p>Nhận thấy AMND là hình vuông nên $AD = MN = a$</p> $\Rightarrow d(AB, SN) = AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{(2a\sqrt{3})^2 + a^2}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}.$	0.25
V	<p>Trước hết ta chứng minh: $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} \geq \frac{2}{1+\sqrt{ab}}$ (*), với a và b dương, $ab \geq 1$.</p> <p>Thật vậy, (*) $\Leftrightarrow (a+1)(1+\sqrt{ab}) + (b+1)(1+\sqrt{ab}) \geq 2(1+a)(1+b)$</p> <p>$\Leftrightarrow (a+b+2)(1+\sqrt{ab}) \geq 2(1+a)(1+b)$</p> <p>$\Leftrightarrow (a+b)\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} \geq a+b+2ab \Leftrightarrow (a+b)\sqrt{ab} - 2ab - (a+b-2\sqrt{ab}) \geq 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \sqrt{ab}(a+b-2\sqrt{ab}) - (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{ab}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 - (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$</p>	0.25

		$\Leftrightarrow (\sqrt{ab} - 1)(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0, \text{ luôn đúng với } a \text{ và } b \text{ dương, } ab \geq 1.$	
		<p>Áp dụng (*) với x và y thuộc đoạn $[1;4]$ và $x \geq y$, ta có:</p> $P = \frac{x}{2x+3y} + \frac{y}{y+z} + \frac{z}{z+x} = \frac{1}{2+\frac{3y}{x}} + \frac{1}{1+\frac{z}{y}} + \frac{1}{1+\frac{x}{z}} \geq \frac{1}{2+\frac{3y}{x}} + \frac{2}{1+\sqrt{\frac{x}{y}}}$ <p>Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{z}{y} = \frac{x}{z}$ hoặc $\frac{x}{y} = 1$ (1)</p>	0.25
		<p>Đặt $\sqrt{\frac{x}{y}} = t \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{t^2}, t \in [1;2]$.</p> <p>khi đó: $P \geq \frac{1}{2+\frac{3}{t^2}} + \frac{2}{1+t} = \frac{t^2}{2t^2+3} + \frac{2}{1+t}$.</p> <p>Xét hàm $f(t) = \frac{t^2}{2t^2+3} + \frac{2}{1+t}, t \in [1;2]$.</p> <p>Ta có $f'(t) = \frac{-2[t^3(4t-3)+3t(2t-1)+9]}{(2t^2+3)^2(1+t)^2} < 0 \forall t \in [1;2]$.</p> <p>$\Rightarrow f(t) \geq f(2) = \frac{34}{33}$;</p> <p>dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $t = 2 \Leftrightarrow \frac{x}{y} = 4 \Leftrightarrow x = 4, y = 1$ (2).</p>	0.25
		<p>$\Rightarrow P \geq \frac{34}{33}$, từ (1) và (2) suy ra dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $x = 4, y = 1$ và $z = 2$.</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{34}{33}$; khi $x = 4, y = 1, z = 2$.</p>	0.25
VIa	1	<p>Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$, bán kính $IA = \sqrt{5}$.</p> <p>Tứ giác MAIB có $\angle MAI = \angle MBI = 90^\circ$ và $MA = MB$</p> $\Rightarrow S_{MAIB} = S_{\Delta IAM} + S_{\Delta IBM} = \frac{1}{2} IA \cdot MA + \frac{1}{2} IB \cdot MB$ $= \frac{1}{2} IA \cdot 2MA = IA \cdot MA$ 	0.25
		<p>Theo đề ra $S_{IAMB} = 10 \Leftrightarrow IA \cdot MA = 10 \Rightarrow MA = \frac{10}{IA} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$</p> $\Rightarrow IM = \sqrt{IA^2 + MA^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2} = 5.$	0.25
		<p>Chuyển Δ về phương trình tham số có dạng là $\begin{cases} x = t \\ y = -2 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$</p> <p>$M \in \Delta$, có tọa độ dạng $M(t; -2 - t)$.</p> <p>Vậy $IM = 5 \Leftrightarrow (t-2)^2 + (t+3)^2 = 25 \Leftrightarrow 2t^2 + 2t - 12 = 0$</p>	0.25
		<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3 \end{cases}$. Vậy $M(2; -4)$ hoặc $M(-3; 1)$.</p>	0.25
	2	<p>Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$,</p> $MA = \sqrt{(x_0 - 2)^2 + y_0^2 + (z_0 - 1)^2}, MB = \sqrt{x_0^2 + (y_0 + 2)^2 + (z_0 - 3)^2}$	0.25

		<p>Theo đề ra $\begin{cases} M \in (P) \\ MA = MB = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - y_0 - z_0 + 0 \\ (x_0 - 2)^2 + y_0^2 + (z_0 - 1)^2 = 9 \\ x_0^2 + (y_0 + 2)^2 + (z_0 - 3)^2 = 9 \end{cases}$</p>	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - y_0 - z_0 + 4 = 0 \\ x_0 + y_0 - z_0 + 2 = 0 \\ (x_0 - 2)^2 + y_0^2 + (z_0 - 1)^2 = 9 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2y - 2 \\ z_0 = 3y \\ 7y_0^2 - 11y_0 + 4 = 0 \end{cases}$	0.25
		<p>Giải hệ trên $\Leftrightarrow (x; y; z) = (0; 1; 3)$ hoặc $\left(-\frac{6}{7}; \frac{4}{7}; \frac{12}{7}\right)$.</p> <p>Vậy có 2 điểm M là : M(0;1;3) hoặc $M\left(-\frac{6}{7}; \frac{4}{7}; \frac{12}{7}\right)$.</p>	0.25
VIIa		<p>Gọi $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $z = \sqrt{a^2 + b^2}$</p> <p>ta có: $z^2 = z ^2 + \bar{z} \Leftrightarrow (a + bi)^2 = a^2 + b^2 + a - bi$</p>	0.25
		$\Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2abi = a^2 + b^2 + a - bi \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = a^2 + b^2 + a \\ 2ab = -b \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2b^2 \\ b(2a + 1) = 0 \end{cases}$	0.25
		<p>Giải hệ trên $\Leftrightarrow (a; b) = (0; 0)$ hoặc $(a; b) = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ hoặc $(a; b) = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.</p> <p>Vậy $z = 0$ hoặc $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ hoặc $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.</p>	0.25
VIIb	1	<p>Gọi A($x_0; y_0$). Do A, B thuộc (E): $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow y_0^2 = \frac{4 - x_0^2}{4}$. Có hoành độ dương và tam giác OAB cân tại O, nên: B($x_0; -y_0$), $x_0 > 0$.</p> <p>$\Rightarrow AB = \sqrt{(x_0 - x_0)^2 + (-y_0 - y_0)^2} = 2\sqrt{y_0^2} = 2\sqrt{\frac{4 - x_0^2}{4}} = \sqrt{4 - x_0^2}$.</p>	0.25
		<p>Gọi H là trung điểm AB $\Rightarrow H(x_0; 0)$, vì ΔOAB cân tại O nên: $OH \perp AB$ và $OH = x_0$.</p> <p>Diện tích: $S_{OAB} = \frac{1}{2}OH \cdot AB = \frac{1}{2}x_0\sqrt{4 - x_0^2}$</p>	0.25
		$= \frac{1}{2}\sqrt{x_0^2(4 - x_0^2)} \leq 1.$	
		<p>Dấu "=" xảy ra, khi và chỉ khi $x_0 = \sqrt{2} \Rightarrow y_0^2 = \frac{4 - (\sqrt{2})^2}{4} \Rightarrow \begin{cases} y_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y_0 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$.</p>	0.25
		<p>Vậy: A $\left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và B $\left(\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ hoặc A $\left(\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và B $\left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$</p>	0.25
	2	<p>Mặt cầu (S) có tâm I(2;2;2), bán kính $R = 2\sqrt{3}$.</p>	0.25

	<p>Dễ dàng nhận thấy O và A cùng thuộc mặt cầu (S). Vậy các điểm O, A, B cùng nằm trên mặt cầu (S).</p> <p>Mặt khác tam giác OAB đều nên có bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔOAB</p> $r = \frac{OA}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$	
	<p>Gọi (P) là mặt phẳng qua 3 điểm O, A, B, vậy mp(P) cắt mặt cầu theo 1 giao tuyến là đường tròn có bán kính là r.</p> <p>Vậy khoảng cách: $d(I, (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - \left(\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$</p> <p>mp(P) đi qua O và có phương trình dạng: $ax + by + cz = 0, (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0) (*)$.</p> <p>mp(P) đi qua A, suy ra: $4a + 4b = 0 \Rightarrow b = -a (1).$</p>	0.25
	$d(I, (P)) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{ 2(a+b+c) }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} (2)$ <p>Thế (1) vào (2) ta được $\frac{ 2c }{\sqrt{2a^2 + c^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$</p>	0.25
	$\Rightarrow 2a^2 + c^2 = 3c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = a \\ c = -a \end{cases}$ <ul style="list-style-type: none"> Với $c = a$ chọn $a = 1 \Rightarrow c = 1$ thay vào (*) $\Rightarrow mp(P): x - y + z = 0$ Với $c = -a$ chọn $a = 1 \Rightarrow c = -1$ thay vào (*) $\Rightarrow mp(P): x - y - z = 0$ 	0.25
VIIb	<p>Gọi $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi (a; b \in \mathbb{R}),$</p> <p>Ta có: $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$</p> $\Leftrightarrow [2(a + bi) - 1](1 + i) + [(a - bi) + 1](1 - i) = 2 - 2i$ $\Leftrightarrow [(2a - 1) + 2bi](1 + i) + [(a + 1) - bi](1 - i) = 2 - 2i$	0.25
	$\Leftrightarrow 2a - 1 + 2ai - i + 2bi - 2b + a + 1 - ai - i - bi - b = 2 - 2i$	0.25
	$\Leftrightarrow (3a - 3b) + (a + b - 2)i = 2 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 3b = 2 \\ a + b - 2 = -2 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$ <p>Vậy môđun: $z = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$</p>	0.25

Lời bình: Trong đề này có một số bài mà chúng ta có thể chọn cách khác mà vẫn ra đúng, mời bạn đọc tham khảo thêm.

Câu I.

2. Trong câu này ta có thể làm ý sau của câu này như sau:

Gọi x_1 và x_2 là nghiệm của (*), ta có:

$$k_1 + k_2 = -\frac{1}{(2x_1 - 1)^2} - \frac{1}{(2x_2 - 1)^2} = -\left[\frac{1}{(2x_1 - 1)^2} + \frac{1}{(2x_2 - 1)^2}\right] \leq -\frac{2}{(2x_1 - 1) \cdot (2x_2 - 1)}$$

$$= -\frac{2}{[4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1]^2}$$

Theo định lý Viet
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-m-1}{2} \end{cases}$$

suy ra: $k_1 + k_2 \leq -\frac{2}{\left(-4 \cdot \frac{-m-1}{2} - 2 \cdot m + 1\right)^2} = -2$.

Suy ra: $k_1 + k_2$ lớn nhất bằng -2 , khi và chỉ khi $m = -1$.

Câu V.

$$P = \frac{x}{2x+3y} + \frac{y}{y+z} + \frac{z}{z+x}$$

Giả sử ta xem đẳng thức có ẩn là z nên ta đạo hàm theo ẩn z ta được

$$P'(z) = -\frac{y}{(y+z)^2} + \frac{x}{(z+x)^2} = \frac{(x-y)(z^2 - xy)}{(y+z)^2(z+x)^2}$$

- Nếu $x = y$ thì $P = \frac{6}{5}$
- Nếu $x > y$ thì $z = \sqrt{xy}$

Ta xét đẳng thức

$$\begin{aligned} P &\geq P(\sqrt{xy}) = \frac{x}{2x+3y} + \frac{y}{y+\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}+x} = \frac{x}{2x+3y} + \frac{\sqrt{y} \cdot \sqrt{y}}{\sqrt{y}(\sqrt{y}+\sqrt{x})} + \frac{\sqrt{y} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{y}+\sqrt{x})} \\ &= \frac{x}{2x+3y} + \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{y}+\sqrt{x}} = \frac{\frac{x}{y}}{2 \cdot \frac{x}{y} + 3} + \frac{2}{1 + \sqrt{\frac{x}{y}}} \end{aligned}$$

Khảo sát hàm số P theo biến z , ta nhận thấy P nhỏ nhất khi và chỉ khi $z = \sqrt{xy}$

Đặt $t = \sqrt{\frac{x}{y}}$ vì $x, y \in [1; 4]$ và $x > y \Rightarrow t \in (1; 2]$

Đẳng thức trở thành $P = f(t) = \frac{t^2}{2t^2+3} + \frac{2}{1+t}$,

Ta có $f'(t) = \frac{-2[4t^3(t-1) + 3(2t^2-t-3)]}{(2t^2+3)^2(1+t)^2} < 0 \forall t \in (1; 2]$

Nên $f(t)$ luôn nghịch biến trên nửa khoảng $(1; 2]$.

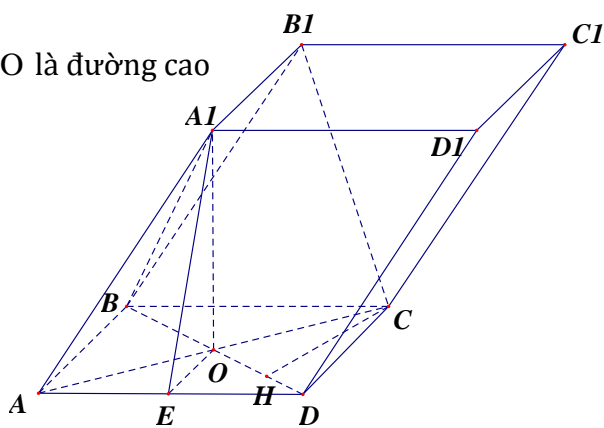
t	1	2
f'(t)		-
f(t)	$+\infty$	$\frac{34}{33}$

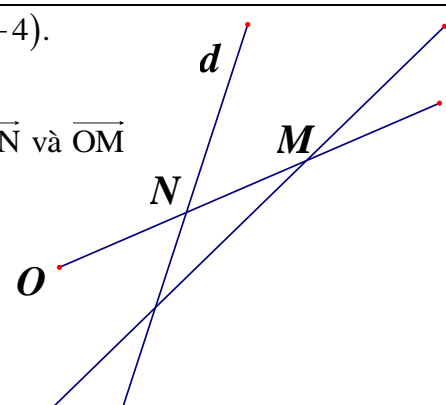
Vậy $P \geq f(2) = \frac{34}{33}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $x = 4, y = 1$ và $z = 2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{34}{33}$; khi $x = 4, y = 1, z = 2$.

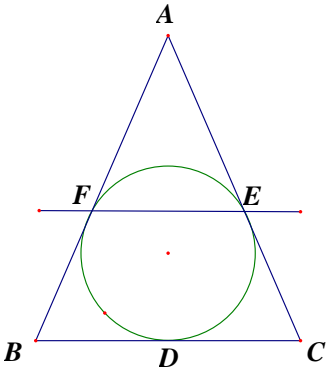
ĐỀ SỐ 2.
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC KHỐI B NĂM 2011.

Câu	ý	Lời Giải	Điểm
I	1	Học sinh tự làm.	1
	2	$y'(x) = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - m - 1); y'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m + 1(1). \end{cases}$	0.25
		Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị, khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 > 0 \\ m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1(*).$	0.25
		Khi đó: $A(0; m), B(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1)$ và $C(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1)$. $OA = \sqrt{m^2} = m , BC = \sqrt{(2\sqrt{m+1})^2}$ Theo đề ra ta có $OA = BC \Leftrightarrow m = \sqrt{(2\sqrt{m+1})^2}$ $\Leftrightarrow m^2 = 4(m+1) \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0$	0.25
		$\Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2};$ thỏa mãn (*). Vậy giá trị cần tìm: $\begin{cases} m = 2 - 2\sqrt{2} \\ m = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$	0.25
II	1	$\sin 2x \cos x + \sin x \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x.$ Phương trình đã cho tương đương với: $2\sin x \cos^2 x + \sin x \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x.$ $\Leftrightarrow \sin x(1 + \cos 2x) + \sin x \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$	0.25
		$\Leftrightarrow \sin x + \sin x \cdot \cos 2x + \sin x \cos x - \cos 2x - \sin x - \cos x = 0$ $\Leftrightarrow \cos 2x(\sin x - 1) + \cos x(\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow (\sin x - 1)(\cos 2x + \cos x) = 0$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - 1 = 0 (1) \\ \cos 2x + \cos x = 0 (2) \end{cases}$ • (1) $\Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$	0.25
		• (2) $\Leftrightarrow \cos 2x = -\cos x = \cos(\pi - x) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3}.$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm: $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$	0.25
II	2	$3\sqrt{2+x} - 6\sqrt{2-x} + 4\sqrt{4-x^2} = 10 - 3x (x \in \mathbb{R}).$ Điều kiện: $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ 2 - x \geq 0 \end{cases} -2 \leq x \leq 2 (*).$ Khi đó, phương trình đã cho tương đương: $3(\sqrt{2+x} - 2\sqrt{2-x})4\sqrt{4-x^2} = 10 - 3x - 4\sqrt{4-x^2} (1).$	0.25
		Đặt $t = \sqrt{2+x} - 2\sqrt{2-x} (**)$ $\Rightarrow t^2 = 10 - 3x - 4\sqrt{4-x^2}$	0.25
		Phương trình (1) trở thành: $3t = t^2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 3. \end{cases}$	0.25
		• với $t = 0$ thay vào (**) ta được $\sqrt{2+x} - 2\sqrt{2-x} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2+x} = 2\sqrt{2-x}$	0.25

	$\Leftrightarrow 2 + x = 4(2 - x) \Leftrightarrow x = \frac{6}{5} \text{ thỏa mãn (*).}$	
	<p>• với $t = 3$ thay vào (**) ta được $\sqrt{2+x} - 2\sqrt{2-x} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{2+x} = 3 + 2\sqrt{2-x}$ vô nghiệm (do $\sqrt{2+x} \leq 2$ và $2\sqrt{2-x} + 3 \geq 3$ với mọi $x \in [-2; 2]$)</p> <p>Vậy phương trình đã cho có nghiệm: $x = \frac{6}{5}$.</p>	0.25
III	$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1+x \sin x}{\cos^2 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \sin x}{\cos^2 x} dx.$	0.25
	<p>Ta có: $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx = (\tan x) \Big _0^{\frac{\pi}{3}} = \sqrt{3}$.</p>	0.25
	<p>Và: $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \sin x}{\cos^2 x} dx$</p> <p>Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{\cos x} \end{cases}$</p> $I_2 = \left(\frac{x}{\cos x} \right) \Big _0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos x} = \frac{2\pi}{3} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x dx}{\cos^2 x} = \frac{2\pi}{3} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x dx}{1 - \sin^2 x} = \frac{2\pi}{3} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{d(\sin x)}{\sin^2 x - 1}$ $= \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\sin x - 1} - \frac{1}{\sin x + 1} \right) d(\sin x)$	0.25
	$= \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2} \left(\ln \left \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right \right) \Big _0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{2\pi}{3} + \ln(2 - \sqrt{3}).$ <p>Vậy $I = I_1 + I_2 = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} + \ln(2 - \sqrt{3})$.</p>	0.25
IV	<p>Gọi O là giao điểm của AC và BD, Theo đề ra $\Rightarrow A_1O \perp (ABCD)$. Vậy A_1O là đường cao của khối lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi E là trung điểm AD $\Rightarrow OE \perp AD$ Ta có $\begin{cases} A_1O \perp AD \\ OE \perp AD \end{cases} \Rightarrow A_1E \perp AD$</p> <p>Vậy $\begin{cases} (ADD_1A_1) \cap (ABCD) = AD \\ A_1O \subset (ADD_1A_1), A_1E \perp AD \\ OE \subset (ABCD), OE \perp AD \end{cases}$</p> <p>$\Rightarrow [(ADD_1A_1), (ABCD)] = (A_1E, OE) = A_1EO = 60^\circ$.</p>	0.25
	 <p>$\Rightarrow A_1O = OA \tan A_1EO = \frac{AB}{2} \tan A_1EO = \frac{a}{2} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.</p> <p>Diện tích đáy: $S_{ABCD} = AB \cdot AD = a \cdot a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}$.</p> <p>Thể tích: $V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = A_1O \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2}$ (đvtt).</p>	0.25
	<p>Ta có: $B_1C // A_1D \Rightarrow B_1C // (A_1BD) \Rightarrow d(B_1, (A_1BD)) = d(C, (A_1BD))$.</p>	0.25

	$\text{Hạ } CH \perp BD (H \in BD) \Rightarrow \begin{cases} CH \perp A_1O \\ CH \perp BD \end{cases} \Rightarrow CH \perp (A_1BD)$ $\Rightarrow d(C, (A_1BD)) = CH.$	
	$\text{Suy ra: } d(B_1, (A_1BD)) = CH = \frac{CD \cdot CB}{\sqrt{CD^2 + CB^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$	0.25
V	<p>Với a, b dương, ta có: $2(a^2 + b^2) + ab = (a+b)(ab+2)$</p> $\Leftrightarrow 2(a^2 + b^2) + ab = a^2b + ab^2 + 2(a+b) \Leftrightarrow 2(a^2 + b^2) + ab = ab(a+b) + 2(a+b)$ $\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 1 = (a+b) + 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right).$	0.25
	<p>Theo côsi ta có $(a+b) + 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 2\sqrt{2(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)} = 2\sqrt{2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right)},$</p> $\Rightarrow 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 1 \geq 2\sqrt{2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right)} \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq \frac{5}{2}.$	0.25
	<p>Đẳng thức đã cho tương đương:</p> $P = 4\left[\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^3 - 3\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)\right] - 9\left[\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)\right]$ $= 4\left[\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^3 - 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)\right] - 9\left[\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)\right] (*)$ <p>Đặt $t = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \left(t \geq \frac{5}{2}\right).$</p> <p>(*) trở thành $P = 4(t^3 - 3t) - 9(t^2 - 2) = 4t^3 - 9t^2 - 12t + 18$</p> <p>Xét hàm $f(t) = 4t^3 - 9t^2 - 12t + 18$, với $t \geq \frac{5}{2}$.</p>	0.25
	<p>Ta có: $f'(t) = 6(2t^2 - 3t - 2) > 0 \Rightarrow \min_{t \in \left[\frac{5}{2}; +\infty\right]} f(t) = f\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{23}{4}.$</p> <p>Vậy $\min P = -\frac{23}{4}$; khi và chỉ khi: $\begin{cases} \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{5}{2} \\ a + b = 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a;b) = (2;1) \\ (a;b) = (1;2) \end{cases}$</p>	0.25
VIIa	<p>1 $N \in d, M \in \Delta$ có tọa độ dạng: $N(a; 2a-2), M(b; b-4).$</p> $\overline{ON} = (a; 2a-2), \overline{OM} = (b; b-4)$ <p>O, M, N cùng thuộc đường thẳng, khi và chỉ khi \overline{ON} và \overline{OM} phải cùng phương $\Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{2a-2}{b-4}$</p> $\Leftrightarrow a(b-4) = (2a-2)b \Leftrightarrow b(2-a) = 4a$ $\Leftrightarrow b = \frac{4a}{2-a}.$	0.25
	 <p>$ON = \sqrt{a^2 + (2a-2)^2}, OM = \sqrt{b^2 + (b-4)^2}$</p> $OM \cdot ON = 8 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (2a-2)^2} \cdot \sqrt{b^2 + (b-4)^2} = 8$	0.25

	$\Leftrightarrow (5a^2 - 8a + 4)^2 = 4(a - 2)^2.$	
	$\Leftrightarrow (5a^2 - 6a)(5a^2 - 10a + 8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5a^2 - 6a = 0 \\ 5a^2 - 10a + 8 = 0 \text{ (VN)} \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow 5a^2 - 6a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{6}{5} \end{cases}$	
	Vậy tìm các điểm $N(0; -2)$ hoặc $N\left(\frac{6}{5}; \frac{2}{5}\right)$.	0.25
2	Theo đề ra ta có $I = \Delta \cap (P)$ nên tọa độ điểm I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1} \end{cases} \Rightarrow I(1; 1; 1).$	0.25
	Gọi $M(a; b; c) \Rightarrow \overrightarrow{MI} = (a-1; b-1; c-1), MI = \sqrt{(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2}$ ta có: $\begin{cases} M \in (P) \\ MI \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \\ MI = 4\sqrt{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c - 3 = 0 \\ a - 2b - c + 2 = 0 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 224 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a - 1 \\ c = -3a + 4 \\ (a-1)^2 + (2a-2)^2 + (-3a+3)^2 = 224 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 9 \\ c = -11 \\ a = -3 \\ b = -7 \\ c = 13 \end{cases}.$ Vậy tìm được $M(5; 9; -11)$ hoặc $M(-3; -7; 13)$.	0.25
VIIa	Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $a^2 + b^2 \neq 0 \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ $\bar{z} - \frac{5 + i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0 \Leftrightarrow a - bi - \frac{5 + i\sqrt{3}}{a + bi} - 1 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow (a - bi)(a + bi) - 5 - i\sqrt{3} - (a + bi) = 0$ $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 5 - i\sqrt{3} - a - bi = 0 \Leftrightarrow (a^2 + b^2 - a - 5) - (b + \sqrt{3})i = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - a - 5 = 0 \\ b + \sqrt{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - a - 2 = 0 \\ b = -\sqrt{3} \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\sqrt{3} \\ a = 2 \\ b = 3 \end{cases}.$ Vậy $z = -1 - i\sqrt{3}$ hoặc $z = 2 - i\sqrt{3}$.	0.25

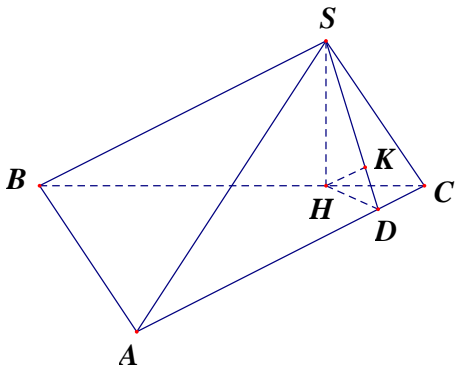
VIb	<p>1 Nhận thấy $\vec{n}_{EF} = (0;1)$ và $\vec{BD} = \left(\frac{5}{2};0\right) \Rightarrow BD // EF$ \Rightarrow tam giác ABC cân tại A nên $AD \perp BC$. \Rightarrow đường thẳng AD vuông góc với EF Đường thẳng AD đi qua điểm D và vuông góc với EF Có vtcp $\vec{u}_{AD} = \vec{n}_{EF} = (0;1) \Rightarrow \vec{n}_{AD} = (1;0)$ nên phương trình: AD: $x - 3 = 0$.</p>		0.25
	<p>$F \in EF$ nên F có tọa độ dạng $F(t;3)$ $BF = \sqrt{\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 2^2}$, $BD = \frac{25}{4}$ Ta có $BF = BD \Leftrightarrow \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 2^2 = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 3. \end{cases}$</p>		0.25
	<ul style="list-style-type: none"> $t = -1 \Rightarrow F(-1;3) \Rightarrow \vec{BF} = \frac{1}{2}(-3;4) \Rightarrow$ vtpt BF: $\vec{n}_{BF} = (4;3)$ suy ra đường thẳng BF có phương trình BF: $4x + 3y - 5 = 0$ $AD \cap BF = A$, vậy A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x + 3y - 5 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{7}{3} \end{cases}$ $\Rightarrow A\left(3; -\frac{7}{3}\right)$, không thỏa mãn yêu cầu (A có tung độ dương). 		0.25
	<ul style="list-style-type: none"> $t = 2 \Rightarrow F(2;3) \Rightarrow \vec{BF} = \frac{1}{2}(3;4) \Rightarrow$ vtpt BF: $\vec{n}_{BF} = (4;-3)$ suy ra đường thẳng BF có phương trình BF: $4x - 3y + 1 = 0$. $A \in AD \cap BF = A$, vậy A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x - 3y + 1 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{13}{3} \end{cases}$ $\Rightarrow A\left(3; \frac{13}{3}\right)$, thỏa mãn yêu cầu. Vậy tìm được điểm $A\left(3; \frac{13}{3}\right)$. 		0.25
	<p>2 Chuyển phương trình đường thẳng Δ về dạng tham số ta được: $\Delta \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = -5 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$ $M \in \Delta$, suy ra tọa độ M có dạng: $M(-2 + t; 1 + 3t; -5 - 2t)$. $\Rightarrow \vec{AM} = (t; 3t; -6 - 2t)$ và $\vec{AB} = (-1; -2; 1) \Rightarrow [\vec{AM}, \vec{AB}] = (-t - 12; t + 6; t)$. $[\vec{AM}, \vec{AB}] = \sqrt{(-t - 12)^2 + (t + 6)^2 + t^2}$ Theo đề ra $S_{\Delta MAB} = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{1}{2}[\vec{AM}, \vec{AB}] = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow (t + 12)^2 + (t + 6)^2 + t^2 = 180$ $\Leftrightarrow t^2 + 12t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -12 \end{cases}$. Vậy $M(-2; 1; -5)$ hoặc $M(-14; -35; 19)$.</p>		0.25

VIIb	$1+i\sqrt{3}=2\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ <p>và $1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.</p>	0.25
	$\Rightarrow z=\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3=\frac{\left[2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)\right]^3}{\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right]^3}=\frac{8(\cos\pi+i\sin\pi)}{2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}$	0.25
	$=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	
	$=2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)=2+2i.$ <p>Vậy số phức z có: phần thực là 2 và phần ảo là 2.</p>	0.25

ĐỀ SỐ 3.
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC KHỐI D NĂM 2011.

Câu	ý	Lời Giải	Điểm
I	1	Học sinh tự làm.	1
	2	<p>Hoành độ giao điểm của d : $y = 2x + 2k + 1$ và (C) là nghiệm của phương trình:</p> $kx + 2k + 1 = \frac{2x + 1}{x + 1} \Leftrightarrow 2x + 1 = (x + 1)(kx + 2k + 1) \quad (\text{Do } x = -1 \text{ không là nghiệm})$ $\Leftrightarrow kx^2 + (3k - 1)x + 2k = 0 \quad (1)$	0.25
		<p>d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khác -1, khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ f(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k^2 - 6k + 1 > 0 \\ 1 + 3k - 1 + 2k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k \in (-\infty; 3 - 2\sqrt{2}) \cup (3 + 2\sqrt{2}; +\infty) \end{cases} \quad (*)$	0.25
		<p>Khi đó và $A, B \in d \Rightarrow A(x_1; kx_1 + 2k + 1)$ và $B(x_2; kx_2 + 2k + 1)$, trong đó x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1).</p> $d(A; Ox) = d(B; Ox) \Leftrightarrow kx_1 + 2k + 1 = kx_2 + 2k + 1 $ $\Leftrightarrow \begin{cases} kx_1 + 2k + 1 = kx_2 + 2k + 1 \\ kx_1 + 2k + 1 = -kx_2 - 2k - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k(x_1 - x_2) = 0 \\ k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0 \quad (\text{do } x_1 \neq x_2).$ <p>Áp dụng định lý Viét đối với (1) ta có $k\left(\frac{3k-1}{k}\right) + 4k + 2 = 0$</p> $\Leftrightarrow (1 - 3k) + 4k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = -3 \text{ thỏa mãn } (*).$ <p>Vậy giá trị cần tìm là $k = -3$</p>	0.25

II	<p>1 $\frac{\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0.$</p> <p>Điều kiện $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}) (*)$.</p> <p>Phương trình đã cho tương với: $\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1 = 0$</p>	0.25
	$2 \cos x (\sin x + 1) - (\sin x + 1) = 0 \Leftrightarrow (\sin x + 1)(2 \cos x - 1) = 0.$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0.25
	<p>Đối chiếu điều kiện (*) nên phương trình đã cho có nghiệm $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$</p>	0.25
II	<p>2 $\log_2(8 - x^2) + \log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) - 2 = 0$</p> <p>Điều kiện: $\begin{cases} 8 - x^2 > 0 \\ 1 + x > 0 \\ 1 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1 (*)$</p> <p>Khi đó phương trình tương đương với:</p> <p>$\Leftrightarrow \log_2(8 - x^2) - \log_2(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) - \log_2 4 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \log_2(8 - x^2) = \log_2[4(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})]$</p> <p>$\Leftrightarrow 8 - x^2 = 4(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) \Leftrightarrow (8 - x^2)^2 = 16(1+x + 2\sqrt{1-x^2} + 1-x)$</p> <p>$\Leftrightarrow (7 + 1 - x^2)^2 = 16(2 + 2\sqrt{1-x^2}) \quad (1).$</p> <p>Đặt $t = \sqrt{1-x^2} \quad (t \geq 0)$ (1) trở thành: $\Leftrightarrow (7+t^2)^2 = 16(2+2t)$</p> <p>$t^4 + 14t^2 + 32t + 17 = 0 \Leftrightarrow (t-1)^2(t^2 + 2t + 17) = 0 \Leftrightarrow t = 1$</p> <p>Do đó (1) tương đương $\sqrt{1-x^2} = 1 \Leftrightarrow x = 0$, thỏa điều kiện (*).</p> <p>Vậy phương trình có nghiệm $x = 0$.</p>	0.25
III	<p>$I = \int_0^4 \frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2} dx.$</p> <p>Đặt $t = \sqrt{2x+1} \Rightarrow 4x = 2t^2 - 1, dx = t dt$</p> <p>Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = 4 \Rightarrow t = 3 \end{cases}$</p> <p>$\Rightarrow I = \int_1^3 \frac{2t^3 - 3t}{t+2} dt = \int_1^3 \left(2t^2 - 4t + 5 - \frac{10}{t+2} \right) dt$</p> <p>$= \left(\frac{2t^3}{3} - 2t^2 + 5t - 10 \ln t+2 \right) \Big _1^3$</p> <p>$= \frac{34}{3} + 10 \ln \frac{3}{5}.$</p>	0.25

IV	<p>Hạ $SH \perp BC (H \in BC)$</p> <p>ta có $\begin{cases} (SBC) \perp (ABC) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \Rightarrow SH \perp (ABC) \\ SH \subset (SBC) \end{cases}$</p> <p>Vậy SH là đường cao của chóp $S.ABC$. $SH = SB \cdot \sin ABC = 2a\sqrt{3} \sin 30^\circ = a\sqrt{3}$</p> 	0.25
	<p>Diện tích: $S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2} 3a \cdot 4a = 6a^2$</p> <p>Thể tích: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 6a^2 = 2a^3\sqrt{3}$</p>	0.25
	<p>Hạ $HD \perp AC (D \in AC)$, $HK \perp SD (K \in SD) \Rightarrow HK \perp (SAC)$ $\Rightarrow d(H; (SAC)) = HK$</p> <p>$BH = SB \cdot \cos SBC = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3a$ vậy $BH = \frac{3}{4} BC$. $\Rightarrow BC = 4HC \Rightarrow d(B; (SAC)) = 4d(H; (SAC))$</p>	0.25
	<p>Ta có: $AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a$; $HC = BC - BH = 4a - 3a = a$.</p> <p>Nhận thấy $\triangle CDH \sim \triangle CBA \Leftrightarrow \frac{HD}{BA} = \frac{HC}{AC}$ $\Rightarrow HD = BA \cdot \frac{HC}{AC} = 3a \cdot \frac{a}{5a} = \frac{3a}{5}$.</p> <p>$HK = \frac{SH \cdot HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$.</p> <p>Vậy $d(B; (SAC)) = 4HK = \frac{6a\sqrt{7}}{7}$.</p>	0.25
V	<p>$\begin{cases} 2x^3 - (y+2)x^2 + xy = m \\ x^2 + x - y = 1 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 - 2x^2 - x^2y + xy = m \\ x^2 - x + 2x - y = 1 - 2m \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 - x)(2x - y) = m \\ (x^2 - x) + (2x - y) = 1 - 2m \end{cases}$</p>	0.25
	<p>Đặt $\begin{cases} u = x^2 - x \\ v = 2x - y \end{cases} \left(u \geq -\frac{1}{4} \right)$.</p> <p>Hệ đã cho trở thành: $\begin{cases} u \cdot v = m \\ u + v = 1 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + (2m - 1)u + m = 0 \quad (1) \\ v = 1 - 2m - u \end{cases}$</p> <p>Hệ có nghiệm khi (1) có nghiệm thỏa mãn $u \geq -\frac{1}{4}$.</p>	0.25
	<p>Với $u \geq -\frac{1}{4}$, ta có (1) $\Leftrightarrow (1) \Leftrightarrow m(2u + 1) = -u^2 + u \Leftrightarrow m = \frac{-u^2 + u}{2u + 1}$</p> <p>Xét $f(u) = \frac{-u^2 + u}{2u + 1}$, với $u \geq -\frac{1}{4}$.</p> <p>Ta có: $f'(u) = -\frac{2u^2 + 2u - 1}{(2u + 1)^2}$.</p>	0.25

$$f'(u) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2u^2 + 2u - 1}{(2u + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow u = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$$

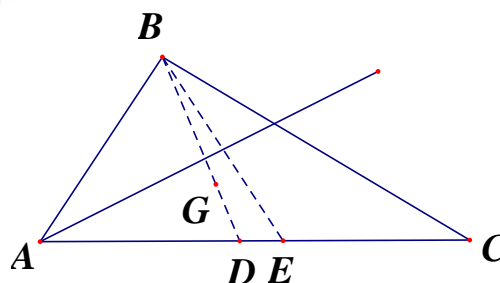
x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$	$+\infty$	
f'(x)			+	0	-
f(x)			$-\frac{5}{8}$	$\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$	$-\infty$

Vậy hệ có nghiệm khi $m \leq \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$.

0.25

Via

- 1 Gọi $D(x_D; y_D)$ là trung điểm của AC, vậy BD là đường trung tuyến của ΔBAC
 $\overrightarrow{BD} = (x_D + 4; y_D - 1)$; $\overrightarrow{GD} = (x_D - 1; y_D - 1)$
 ta có: $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{GD}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 4 = 3(x_D - 1) \\ y_D - 1 = 3(y_D - 1) \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{7}{2}; 1\right)$



0.25

Gọi $E(x_0; y_0)$ là điểm đối xứng của B qua đường phân giác trong $d: x - y - 1 = 0$ của góc A. I là trung điểm của BE $\Rightarrow I\left(\frac{x_0 - 4}{2}; \frac{y_0 + 1}{2}\right)$.

Ta có EB vuông góc với d và trung điểm I thuộc d nên tọa độ E là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 1 \cdot (x_0 + 4) + 1 \cdot (y_0 - 1) = 0 \\ \frac{x_0 - 4}{2} - \frac{y_0 + 1}{2} - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow E(2; -5)$$

0.25

Đường thẳng AC qua D và E $\Rightarrow \overrightarrow{DE} = \frac{-3}{2}(1; 4) \Rightarrow \overrightarrow{n_{DE}} = (4; -1)$

Có phương trình ED: $4x - y - 13 = 0$

0.25

Tọa độ $A = d \cap DE$, vậy A thỏa mãn hệ: $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 4x - y - 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(4; 3) \Rightarrow C(3; -1)$.

0.25

- 2 Gọi (P) mặt phẳng đi qua A, vuông góc với $d \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{u_d} = (2; 1; -2)$
 Có phương trình (P): $2x + y - 2z + 2 = 0$

0.25

Gọi B là giao điểm của Ox với (p) suy ra Δ là đường thẳng đi qua các điểm A, B.

0.25

$B \in Ox$ có tọa độ $B(b; 0; 0)$.

Mặt khác $B \in mp(P)$ thỏa mãn phương trình: $2b + 2 = 0 \Rightarrow B(-1; 0; 0)$.

0.25

vtcp Δ là $\overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{AB} = (2; 2; 3)$, đường thẳng Δ qua điểm A

Vậy phương trình đường thẳng Δ :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

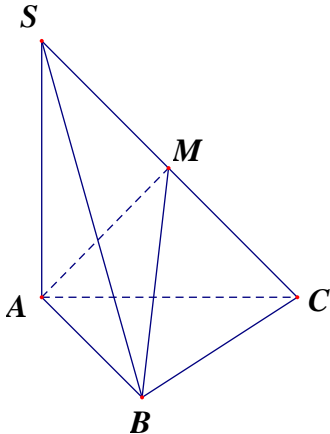
0.25

VIIa	<p>Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$,</p> <p>ta có $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i \Leftrightarrow a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i$</p>	0.25
	<p>$\Leftrightarrow a + bi - 2a + 2bi - 3ai - 3b = 1 - 9i \Leftrightarrow -a - 3b - (3a - 3b)i = 1 - 9i$</p>	0.25
	<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ 3a - 3b = 9 \end{cases}$</p>	0.25
	<p>$\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$</p> <p>Vậy $z = 2 - i$.</p>	0.25
VIb	<p>1 Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ bán kính bằng $\sqrt{10}$.</p> <p>Ta có: $IM = IN$ và $AM = AN \Rightarrow AI \perp MN$</p> <p>Vậy đường thẳng Δ song song với trục hoành nên có phương trình $\Delta: y = m$.</p>	0.25
	<p>$M, N = \Delta \cap (C)$ vậy có hoành độ giao điểm:</p> <p>$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0 \\ y = m \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 2x + m^2 + 4m - 5 = 0 \quad (1).$</p> <p>(1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi chỉ khi:</p> <p>$\Delta = 1 - m^2 - 4m + 5 > 0 \Leftrightarrow 6m^2 + 4m - 6 < 0 \quad (*)$</p> <p>Khi đó ta có $M(x_1; m), N(x_2; m)$</p>	0.25
	<p>$\overrightarrow{AM} = (x_1 - 1; m), \overrightarrow{AN} = (x_2 - 1; m)$</p> <p>$\Delta AMN$ vuông cân tại $A \Rightarrow AM \perp AN \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + m^2 + 1 = 0$</p>	0.25
	<p>Áp dụng định lý Viét đối với (1) ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 4m - 5 \end{cases}$</p> <p>suy ra: $2m^2 + 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$ thỏa (*).</p> <p>Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: y = 1$ hoặc $\Delta: y = -3$.</p>	0.25
	<p>2</p>	
	<p>Chuyển phương trình đường thẳng Δ về dạng tham số là: $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$</p> <p>Gọi I là tâm của mặt cầu. $I \in \Delta$, suy ra tọa độ I có dạng $I(1 + 2t; 3 + 4t; t)$</p>	0.25
	<p>Bán kính của mặt cầu bằng 1 nên mặt cầu tiếp xúc với (P) khi và chỉ khi</p> <p>$d(I; (P)) = 1 \Leftrightarrow \frac{ 2(1 + 2t) - (3 + 4t) + 2t }{3} = 1$</p>	0.25
	<p>$\Leftrightarrow \frac{ 2t - 1 }{3} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -1 \end{cases}$</p> <p>Suy ra $I(5; 11; 2)$ hoặc $I(-1; -1; -1)$</p>	0.25
	<p>Phương trình mặt cầu: $(x - 5)^2 + (y - 11)^2 + (z - 2)^2 = 1$</p> <p>hoặc $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$</p>	0.25
VIIb	<p>$y = \frac{2x^2 + 3x + 3}{x + 1}$</p> <p>$y' = \frac{2x^2 + 4x}{(x + 1)^2}$</p>	0.25

	$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 4x}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$	0.25
	$y(0) = 3, y(2) = \frac{17}{3}$.	
	Vậy: $\max_{[0;2]} y = \frac{17}{3}$, tại $x = 0$; $\min_{[0;2]} y = 3$, tại $x = 0$.	0.25

ĐỀ SỐ 4.
ĐỀ THI TUYỂN SINH CAO ĐẲNG KHỐI A,B,D NĂM 2011.

Câu	ý	Lời Giải	Điểm
I	1	Học sinh tự làm.	1
	2	Tọa độ giao điểm của (C) với trục tung là $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow (0;1).$	0.25
		Hệ số góc của tiếp tuyến là $k = y'(0) = -3$.	0.25
		Phương trình tiếp tuyến là $y = -3(x-0) + 1$	0.25
		$\Leftrightarrow y = -3x + 1$.	0.25
II	1	$\cos 4x + 12 \sin^2 x - 1 = 0$. Phương trình đã cho tương đương với $2 \cos^2 2x - 1 + 6(1 - \cos 2x) - 1 = 0$	0.25
		$\Leftrightarrow \cos^2 2x - 3 \cos 2x + 2 = 0$.	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 2 \quad (1) \\ \cos 2x = 1 \quad (2) \end{cases}$	0.25
		• (1) $\Leftrightarrow \cos 2x = 2$: Vô nghiệm.	
		• (2) $\Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.	0.25
		Vậy phương trình có 1 họ nghiệm $S = \{k\pi k \in \mathbb{Z}\}$.	0.25
II	2	$4^x - 3 \cdot 2^{x+\sqrt{x^2-2x-3}} - 4^{1+\sqrt{x^2-2x-3}} > 0$. Điều kiện: $x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (0; -1] \cup [3; +\infty)$ Bất phương trình đã cho tương đương với $4^x - 3 \cdot 2^{x+\sqrt{x^2-2x-3}} - 4 \cdot 4^{\sqrt{x^2-2x-3}} > 0$.	0.25
		$\Leftrightarrow \frac{4^x}{4^{\sqrt{x^2-2x-3}}} - 3 \cdot \frac{2^{x+\sqrt{x^2-2x-3}}}{4^{\sqrt{x^2-2x-3}}} - 4 > 0$.	
		$\Leftrightarrow 4^{x-\sqrt{x^2-2x-3}} - 3 \cdot 2^{x-\sqrt{x^2-2x-3}} - 4 > 0$.	
		Đặt $t = 2^{x-\sqrt{x^2-2x-3}} > 0$, bất phương trình trên trở thành: $t^2 - 3t - 4 > 0 \Leftrightarrow t > 4$ (do $t > 0$).	0.25
		$\Leftrightarrow 2^{x-\sqrt{x^2-2x-3}} > 4 \Leftrightarrow x - \sqrt{x^2 - 2x - 3} > 2$	
		$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} < x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x^2 - 2x - 3 < (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < \frac{7}{2}$.	0.25
		Kết hợp với điều kiện, ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $3 \leq x < \frac{7}{2}$.	0.25
III		Ta có $I = \int_1^2 \frac{2x+1}{x(x+1)} dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \right) dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx + \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx$.	0.25

	<ul style="list-style-type: none"> $I_1 = \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _1^2 = \ln 2.$ 	0.25												
	<ul style="list-style-type: none"> $I_2 = \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx = \ln x+1 \Big _1^2 = \ln 3 - \ln 2.$ 	0.25												
	Do đó $I = I_1 + I_2 = \ln 2 + \ln 3 - \ln 2 = \ln 3.$	0.25												
IV	<p>$SA \perp (ABC)$ nên SA là đường cao của chóp $S.ABC$ Ta có $SA \perp BC, AB \perp BC \Rightarrow SB \perp BC.$</p> <p>Do đó $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \subset (SBC), SB \perp BC \\ AB \subset (ABC), AB \perp BC \end{cases}$</p> <p>$[(SBC), (ABC)] = (SB, AB) = SBA = 30^\circ$</p>		0.25											
	$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA.SB.SM}{SA.SB.SC} = \frac{SM}{SC} = \frac{\frac{SC}{2}}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC.$	0.25												
	ΔABC vuông cân tại $B \Rightarrow BC = AB = a.$ Ta có $SA = AB \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$	0.25												
	Vậy $V_{S.ABM} = \frac{1}{12} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ (đvtt).	0.25												
V	$6 + x + 2\sqrt{(4-x)(2x-2)} = m + 4(\sqrt{4-x} + \sqrt{2x-2}).$ Điều kiện: $\begin{cases} 4-x > 0 \\ 2x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4.$ Xét $f(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{2x-2}$ ($1 \leq x \leq 4$). $f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{4-x}} + \frac{1}{\sqrt{2x-2}}.$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{2\sqrt{4-x}} + \frac{1}{\sqrt{2x-2}} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{4-x}} = \frac{1}{\sqrt{2x-2}} \Leftrightarrow x = 3.$	0.25												
	<table border="1" data-bbox="258 1505 1233 1727"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td></td> <td>+</td> <td>0 -</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td></td> <td>$\sqrt{3}$</td> <td>$\sqrt{6}$</td> </tr> </tbody> </table>	x	1	3	4	f'(x)		+	0 -	f(x)		$\sqrt{3}$	$\sqrt{6}$	
x	1	3	4											
f'(x)		+	0 -											
f(x)		$\sqrt{3}$	$\sqrt{6}$											
	Đặt $t = \sqrt{4-x} + \sqrt{2x-2} \Rightarrow t^2 = x + 2\sqrt{(4-x)(2x-2)} + 2.$ Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 4t + 4 = m$ (1). Dựa vào bảng biến thiên, ta được phương trình đã cho có nghiệm \Leftrightarrow (1) có nghiệm t thỏa mãn $\sqrt{3} \leq t \leq 3.$	0.25												
	Xét $g(t) = t^2 - 4t + 4$ ($\sqrt{3} \leq t \leq 3$). $g'(t) = 2t - 4; g'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2.$	0.25												
	<table border="1" data-bbox="258 2056 1233 2105"> <tbody> <tr> <td>t</td> <td>$\sqrt{3}$</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	t	$\sqrt{3}$	2	3									
t	$\sqrt{3}$	2	3											

		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 15%;">$g'(t)$</td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;">-</td> <td style="width: 15%;">0</td> <td style="width: 15%;">+</td> <td style="width: 15%;"></td> </tr> <tr> <td>$g(t)$</td> <td></td> <td>$7-4\sqrt{3}$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td></td> </tr> </table>	$g'(t)$		-	0	+		$g(t)$		$7-4\sqrt{3}$	0	1		
$g'(t)$		-	0	+											
$g(t)$		$7-4\sqrt{3}$	0	1											
		Dựa vào bảng biến thiên, ta được giá trị m cần tìm là $0 \leq m \leq 1$.													
VIa	1	Phương trình của đường thẳng Δ qua $A(2; -4)$ và có VTPT $\vec{n}_\Delta = (a; b)$ là: $a(x-2) + b(y+4) = 0$, với $a^2 + b^2 \neq 0$.				0.25									
		VTPT của d là $\vec{n}_d = (1; 1)$.				0.25									
		$\cos(d, \Delta) = \frac{ \vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d }{ \vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d } = \frac{ a+b }{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2+b^2}}$				0.25									
		Theo đề ra ta có $\cos(d, \Delta) = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{ a+b }{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2+b^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$				0.25									
		$\Leftrightarrow a+b = \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases}$				0.25									
		<ul style="list-style-type: none"> • Với $a=0$, ta có phương trình $\Delta: y+4=0$. • Với $b=0$, ta có phương trình $\Delta: x-2=0$. 				0.25									
VIb	2	A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow M$ thuộc đường thẳng AB.				0.25									
		Ta có $\vec{AB} = (2; -2; -8) = 2(1; -1; -4)$				0.25									
		Vậy phương trình đường thẳng AB là: $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$				0.25									
		$M \in AB \Rightarrow M(-1+t; 2-t; 3-4t)$.				0.25									
		$M \in (P) \Rightarrow 2(-1+t) + (2-t) - 3(3-4t) - 4 = 0$				0.25									
		$\Rightarrow t = 1$. Vậy $M(0; 1; -1)$.				0.25									
VIIa		Đặt $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.				0.25									
		Đẳng thức đã cho trở thành $(1+2i)^2(a+bi) + (a-bi) = 4i - 20$.				0.25									
		$\Leftrightarrow (-3+4i)(a+bi) + (a-bi) = 4i - 20 \Leftrightarrow -3a - 3bi + 4ai - 4b + a - bi = 4i - 20$				0.25									
		$(-2a-4b) + (4a-4b)i = -20 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=10 \\ a-b=1 \end{cases}$				0.25									
		$\Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}$				0.25									
		Do đó $ z = \sqrt{4^2+3^2} = 5$.				0.25									
VIb	1	A = AB \cap AC \Rightarrow tọa độ của điểm A thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} x+3y-7=0 \\ 3x+2y-7=0 \end{cases}$				0.25									
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow A(1; 2)$.				0.25									
		AH là đường cao kẻ từ A có VTPT là $\vec{u}_{AH} = \vec{n}_{BC} = (4; 5) \Rightarrow \vec{n}_{AH} = (5; -4)$.				0.25									
		Phương trình đường cao là $5(x-1) - 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow 5x - 4y + 3 = 0$.				0.25									
	2	Mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với d $\Rightarrow \vec{n}_P = \vec{u}_d = (4; -3; 1)$ có phương trình là $4(x-1) - 3(y-2) + (z+3) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + z + 5 = 0$.				0.25									