

Chương 3:

Một biến ngẫu nhiên - Mở đầu

Nguyễn Linh Trung
Trần Thị Thúy Quỳnh

Đại học Công nghệ, ĐHQGHN

Nội dung

3.1. Định nghĩa, Ý nghĩa của biến ngẫu nhiên rời rạc

3.2. Các thước đo xác suất

3.3. Các giá trị kỳ vọng

3.4. PMF có điều kiện

Định nghĩa, ý nghĩa của biến ngẫu nhiên

► Định nghĩa:

Một biến ngẫu nhiên (random variable RV) X là một hàm $X(\zeta)$ ánh xạ một/nhiều kết quả ζ (outcome) thành một số thực x .

$$\begin{aligned} X : S &\longrightarrow S_X \subset \mathbb{R} \\ \zeta &\mapsto x = X(\zeta) \end{aligned}$$

S được gọi là "domain" của biến ngẫu nhiên X .
 S_X được gọi là "range" của biến ngẫu nhiên X .

3.1. Định nghĩa, Ý nghĩa của biến ngẫu nhiên rời rạc

3.2. Các thước đo xác suất

3.3. Các giá trị kỳ vọng

3.4. PMF có điều kiện

► Ý nghĩa:

- Các mô hình xác suất khác nhau chứa các đối tượng vật lý khác nhau (chọn hai bóng, tung đồng xu,...) nhưng không gian mẫu có cùng tính chất.
- Một biến ngẫu nhiên được dùng để biểu diễn các kết quả của các không gian mẫu này bởi một biến số, để phối hợp tốt hơn với việc xác định các xác suất của các vấn đề khác nhau chỉ với một biến số chung.
- Tính toán bằng công thức dễ hơn mô tả bằng lời.

3.1. Định nghĩa, Ý nghĩa của biến ngẫu nhiên rời rạc

3.2. Các thước đo xác suất

3.3. Các giá trị kỳ vọng

3.4. PMF có điều kiện

Ví dụ

Tung một đồng xu ba lần và ghi lại mặt sấp/mặt ngửa.

- ▶ Không gian mẫu là:

$$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

- ▶ Đặt X là số mặt ngửa sau ba lần tung thì:

$$S_X = \{0, 1, 2, 3\}$$

- ▶ Đặt Y là số tiền tương ứng mà người chơi nhận được tương ứng với số mặt ngửa thì:

$$S_Y = \{0, 1, 8\}$$

ζ :	HHH	HHT	HTH	THH	HTT	THT	TTH	TTT
$X(\zeta)$:	3	2	2	2	1	1	1	0
$Y(\zeta)$:	8	1	1	1	0	0	0	0

- ▶ Câu hỏi: Chúng ta có thể ánh xạ S bởi X' sao cho $S_{X'} = \{0, 0.1, 1, 10\}$ không?

3.1. Định nghĩa, Ý nghĩa của biến ngẫu nhiên rời rạc

3.2. Các thước đo xác suất

3.3. Các giá trị kỳ vọng

3.4. PMF có điều kiện

Phân loại biến ngẫu nhiên

- ▶ **Biến ngẫu nhiên rời rạc:** là biến ngẫu nhiên có giá trị thuộc tập có thể đếm được.

Ví dụ: Gọi X là số lần gói tin cần được phát lại đến khi được nhận đúng.

$$S_X = \{1, 2, 3, \dots\}$$

- ▶ **Biến ngẫu nhiên liên tục:** là biến ngẫu nhiên nhận một số vô hạn các giá trị có thể.

Ví dụ: X là khoảng thời gian trước khi nhận được cuộc gọi tiếp theo.

- ▶ **Biến ngẫu nhiên hỗn hợp:** là biến ngẫu nhiên có một phần nhận các giá trị như biến ngẫu nhiên liên tục và phần khác nhận các giá trị như biến ngẫu nhiên liên tục.

3.1. Định nghĩa, Ý nghĩa của biến ngẫu nhiên rời rạc

3.2. Các thước đo xác suất

3.3. Các giá trị kỳ vọng

3.4. PMF có điều kiện

Nội dung

3.1. Định nghĩa, Ý nghĩa của biến ngẫu nhiên rời rạc

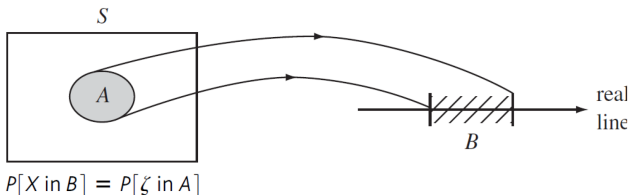
3.2. Các thước đo xác suất

3.3. Các giá trị kỳ vọng

3.4. PMF có điều kiện

Các thước đo xác suất

- Làm sao có thể tính xác suất của một biến cố $B \subset S_X$?



Tìm biến cố $A \subset S$ **tương đương** với biến cố $B \subset S_X$: A xuất hiện khi và chỉ khi B xuất hiện. Do đó, A chứa tất cả các kết quả ζ mà được ánh xạ vào B :

$$A = \{\zeta : X(\zeta) \in B\}$$

Do đó

$$P[B] = P[A] = P[\{\zeta : X(\zeta) \in B\}]$$

3.1. Định nghĩa, Ý nghĩa của biến ngẫu nhiên rời rạc

3.2. Các thước đo xác suất

3.3. Các giá trị kỳ vọng

3.4. PMF có điều kiện

- ▶ **Hàm phân bố tích lũy:** cdf (cumulative distribution function)

$$F_X(x) = P[X \leq x] \quad (1)$$

- ▶ **Hàm mật độ xác suất:** pdf (probability density function) với biến ngẫu nhiên liên tục

$$f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x) \quad (2)$$

- ▶ **Hàm khối xác suất:** pmf (probability mass function) với biến ngẫu nhiên rời rạc

$$p_X(x) = P[X = x] \quad (3)$$

3.1. Định nghĩa, Ý nghĩa của biến ngẫu nhiên rời rạc

3.2. Các thước đo xác suất

3.3. Các giá trị kỳ vọng

3.4. PMF có điều kiện