

## Chương 2:

# Các khái niệm cơ bản của xác suất

Nguyễn Linh Trung  
Trần Thị Thúy Quỳnh

Đại học Công nghệ, ĐHQGHN

- ▶ 2.1. Thực nghiệm ngẫu nhiên
- ▶ **2.2 Các định lý của xác suất**
- ▶ 2.3 Xác suất có điều kiện
- ▶ 2.4 Chuỗi các thực nghiệm

## Các định lý của xác suất

- ▶ Xác suất là số được gán cho mỗi biến cố để biểu diễn khả năng xuất hiện của sự kiện.
- ▶ **Quy luật xác suất** là quy luật gán một số  $P(A)$  cho biến cố  $A$ .
- ▶  $P(A)$  được gọi là xác suất của  $A$  và phải thỏa mãn các định lý sau:

1.  $P[A] \geq 0$
2.  $P[S] = 1$
3. Let  $B \in \mathcal{F}$  such that  $A \cap B = \emptyset$ , then

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B]$$

- 3\*. Let  $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$  such that  $A_i \cap A_j = \emptyset$  for all  $i \neq j$ , then

$$P \left[ \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k \right] = \sum_{k=1}^{\infty} P[A_k]$$

Định lý 3\* là tổng quát hóa của Định luật 3.

## Các hệ quả của xác suất

1.  $P[A^c] = 1 - P[A]$
2.  $P[A] \leq 1$
3.  $P[\emptyset] = 0$
4. Nếu  $A_1, A_2, \dots, A_n$  là loại trừ nhau, thì

$$P \left[ \bigcup_{k=1}^n A_k \right] = \sum_{k=1}^n P[A_k]$$

5.  $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$
6. Nếu  $A \subset B$  thì  $P[A] \leq P[B]$ .

# Xác suất ban đầu I

- ▶ Sử dụng các định lý, các phép toán/tính chất tập hợp tạo ra một tập các quy luật tính toán tất cả các xác suất.
- ▶ Tuy nhiên, chúng ta cần phải xác định **xác suất ban đầu** đối với một số tập biến cố cơ bản và các xác suất còn lại được tính từ xác suất ban đầu này.
- ▶ Xác suất ban đầu phải thỏa mãn các định lý của xác suất.

## Xác suất ban đầu II

Đối với không gian mẫu rời rạc:

- ▶  $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$
- ▶ Chỉ định (gán) xác suất ban đầu:  $P[\{a_k\}]$  đối với  $k = 1, \dots, n$  (chỉ gán xác suất đối với các biến cố cơ sở)
- ▶ Nếu  $\{a_k\}$  có **khả năng xuất hiện như nhau**, thì xác suất ban đầu sẽ là:  
$$P[\{a_1\}] = P[\{a_2\}] = \dots = P[\{a_n\}] = 1/n$$
- ▶ Nếu  $\{a_k\}$  có khả năng xuất hiện như nhau và  $A \in \mathcal{F}$ , thì  $P[A] = (\text{số kết quả trong } A)/n$

# Xác suất ban đầu III

## Bài tập

- ▶  $S_3 = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT, TTT\}$
- ▶ Giả thiết các kết quả có khả năng xuất hiện như nhau.
- ▶ Xác suất ban đầu: xác suất xuất hiện một trong số các kết quả trong không gian mẫu  $S_3$  bằng  $1/8$ .
- ▶ Tính các xác suất khác:

$$\begin{aligned} P[2 \text{ mặt ngửa xuất hiện trong 3 lần tung}] \\ &= P[\{HHT, HTH, THH\}] \\ &= P[\{HHT\}] + P[\{HTH\}] + P[\{THH\}] = 3/8 \end{aligned}$$

## Xác suất ban đầu IV

Đối với không gian mẫu liên tục:

- ▶  $\mathcal{F}$  **không** phải là tập **tất cả** các tập con của  $S$  do các điểm đơn lẻ trong  $S$  không phải là các biến cố cơ sở (không thể gán xác suất cho chúng)
- ▶ Nhiệm vụ đầu tiên: xác định quy luật (luật xác suất) để chỉ định các số đối với các khoảng (các vùng).
- ▶ Nếu  $S = \mathbb{R}$  thì xác định quy luật đối với các khoảng trong  $\mathbb{R}$ .



## Bài tập

- ▶  $S_7 = \{x : 0 \leq x \leq 1\}$
- ▶ Giả thiết tất cả các kết quả có khả năng xuất hiện như nhau.
- ▶ Gán xác suất ban đầu đối với mỗi khoảng  $[a, b]$ :

$$P [[a, b]] = (b - a), \quad \text{for } 0 \leq a \leq b \leq 1$$

- ▶ Câu hỏi: Kiểm chứng rằng  $P [[a, b]]$  thỏa mãn các định lý xác suất.

## Kết quả

- ▶  $P [[a, b]] = (b - a) \geq 0$  do  $b \geq a \geq 0$
- ▶  $S = [0, 1] \Rightarrow P[S] = (b - a) = (1 - 0) = 1$
- ▶ Giả sử  $b \geq c \geq a$  thì
$$P [[a, c] \cup [c, b]] = P [[a, b]] = (b - a)$$
$$P [[a, c]] = (c - a); P [[c, b]] = (b - c)$$
$$\Rightarrow P [[a, c] \cup [c, b]] = P [[a, c]] + P [[c, b]]$$

thỏa mãn các định lý của xác suất.