

LÝ THUYẾT TÍNH TOÁN

BÀI 14: Quy dẫn

Phạm Xuân Cường
Khoa Công nghệ thông tin
cuongpx@tlu.edu.vn

1. Giới thiệu
2. Các bài toán không quyết định được
3. Quy dẫn thông qua lịch sử tính toán
4. Bài toán PCP
5. Quy dẫn ánh xạ

Giới thiệu

- **Quy dẫn** là một kỹ thuật chứng minh sự không quyết định được của một ngôn ngữ
- Một **quy dẫn** là cách chuyển 1 bài toán (khó) thành bài toán khác (dễ hơn, có thể giải được)
- Có thể sử dụng lời giải của bài toán dễ để áp dụng cho bài toán khó
- Quy dẫn thường hay xuất hiện trong các bài toán về toán học
- Ví dụ:
 - Bài toán tìm đường đi trong một thành phố mới đến (khó) → Bài toán tìm bản đồ của thành phố đó (từ bản đồ → đường đi)
 - Bài toán tính diện tích hình chữ nhật → Bài toán đo chiều dài, chiều rộng

- Quy dẫn: đưa một bài toán khó về một bài toán dễ hơn
- Nếu bài toán khó là không thể giải được \rightarrow Bài toán dễ phải chắc chắn là không giải được
- Ví dụ:
 - Bài toán A: **Sống mãi mãi**
 - Bài toán B: **Trẻ mãi**
- Nếu ta tìm được lời giải cho bài toán **B** \rightarrow Có thể giải được bài toán **A**
- Nhưng bài toán **A** là không thể xảy ra \rightarrow Bài toán **B** cũng không thể xảy ra
- Tương tự trong LTTT, bài toán A là không quyết định được \rightarrow bài toán B cũng không quyết định được

- Ta biết rằng A_{TM} là không quyết định được
- Xét bài toán P, P có quyết định được hay không?

Định lý 1

P là không quyết định được

Chứng minh

- Giả sử P là quyết định được
- Quy dẫn A_{TM} (Bài toán khó) về P (Bài toán dễ hơn)
- Sử dụng thuật toán quyết định P để giải A_{TM}
- Nhưng ta biết rằng không tồn tại bộ quyết định cho A_{TM}
→ Mâu thuẫn → P là không quyết định được

Các bài toán không quyết định được

Các bài toán không quyết định được

- **Bài toán dừng:** Kiểm tra xem một máy Turing có **dừng** trên một đầu vào w đã cho hay không

$$\text{HALT}_{TM} = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ là một máy Turing và } M \text{ dừng với đầu vào } w \}$$

- Vậy HALT_{TM} là quyết định được hay không? → **Không**

Định lý 2

HALT_{TM} là không quyết định được

Chứng minh

Ý TƯỞNG:

- Giả sử HALT_{TM} là quyết định được
- Quy dẫn A_{TM} về HALT_{TM} $\rightarrow A_{TM}$ quyết định được
- Mâu thuẫn với định lý trong bài trước \rightarrow Điều giả sử là sai
 \rightarrow Vấn đề cốt lõi là làm sao để quy dẫn A_{TM} về HALT_{TM}

Bài toán dừng (2)

Chứng minh (Chi tiết)

Giả sử TM R quyết định $\text{HALT}_{TM} \rightarrow$ Xây dựng TM S quyết định A_{TM} như sau:

S với đầu vào là $\langle M, w \rangle$

1. Chạy TM R trên đầu vào $\langle M, w \rangle$
2. Nếu R bác bỏ thì bác bỏ
3. Nếu R chấp thuận, mô phỏng M trên w đến khi nó dừng
4. Nếu M chấp thuận w thì S chấp thuận, ngược lại S bác bỏ

Rõ ràng, R quyết định $\text{HALT}_{TM} \rightarrow$ S cũng phải quyết định A_{TM}
 A_{TM} là không quyết định được $\rightarrow \text{HALT}_{TM}$ cũng không quyết định được